

【应用数学 / Applied Mathematics】

基于供应链信用的零售商质押量决策研究

赵国坤, 孙喜梅, 汪颖

深圳大学经济学院, 广东深圳 518060

摘要: 供应链合作伙伴关系的建立, 信息共享的运用, 实现了核心企业与非核心企业的信用捆绑, 从而使供应链金融的着眼点能够从中小企业的信用向供应链信用转变. 针对单一核心企业与单一零售商组成的2级供应链, 建立基于供应链信用的零售商存货质押融资模型, 分析了信用乘数和自有资金量对零售商最优质押量决策的影响. 结果表明, 零售商的最优质押量与信用乘数呈现负相关; 随着零售商自有资金的增长, 最优质押量的变化为先增长后降低. 以自有资金量为标准对企业规模按照小微企业、中型企业和大型企业进行分类, 并通过数值分析对研究结果进行验证.

关键词: 物流; 供应链金融; 存货质押融资; 供应链信用; 信用乘数; 质押量

中图分类号: F 830.56 **文献标志码:** A **doi:** 10.3724/SP.J.1249.2016.01102

Analysis on inventory quantity of retailers based on supply chain credit

Zhao Guokun, Sun Ximei[†], and Wang Ying

College of Economics, Shenzhen University, Shenzhen 518060, Guangdong Province, P. R. China

Abstract: By building of the partnership among supply chain channel members and information sharing, we achieve the credit bundling between the core enterprises and the non-core enterprises. Therefore, the supply chain financing will focus on the credit of the supply chain, but not that of the small and medium sized enterprises instead. We develop the retailer inventory quantity model based on the supply chain credit for a secondary supply chain with a single core-enterprise and a single retailer, and analyze the influences of the credit factor and the amount of the retailer's own capital on the optimal inventory quantity. It is found that the optimal inventory quantity of the retailer is negatively correlated with the credit factor and the optimal inventory quantity increases first and then decreases with the increase of the own capital. Finally, we verify the conclusions by numerical analysis on small and micro enterprises, medium-sized enterprises and large enterprises classified according to the amounts of own funds.

Key words: logistic; supply chain finance; inventory financing; supply chain credit; credit factor; inventory quantity

中小企业已经成为中国经济发展的重要引擎. 根据2012年商务部的统计显示, 中小企业的数量占全国企业数量的98%, 贡献了85%以上的就业

岗位和60%的专利, GDP总额中的60%来自于中小企业^[1]. 然而, 中小企业的生存环境、发展状态与其作用极不对等. 由于缺乏担保与信用评级, 中

Received: 2014-06-03; Revised: 2015-11-04; Accepted: 2016-01-05

Foundation: National Natural Science Foundation of China (51377147)

[†] Corresponding author: Associate professor Sun Ximei. E-mail: szusxm@163.com

Citation: Zhao Guokun, Sun Ximei, Wang Ying. Analysis on inventory quantity of retailers based on supply chain credit [J]. Journal of Shenzhen University Science and Engineering, 2016, 33(1): 102-110. (in Chinese)



小企业的发展受到极大的限制,尤其是在2008年金融危机的冲击下,大量中小企业由于资金链断裂纷纷破产倒闭。资金困境已经成为束缚中小企业持续健康发展的主要难题,能否有效解决其融资问题将直接影响中国国民经济的正常发展。

供应链金融为中小型企业解决融资困境提供了一种可行的方法,存货质押融资业务作为其中一种,得到了国内外专家学者的重视。Stulz等^[2]研究了担保债务(secured debt)与非担保债务(unsecured debt)的定价问题。Jing等^[3]在零售商存在资金约束时,研究了贸易信贷融资(trade credit)与银行信贷(bank credit)的差异,结果表明,当供应链的边际生产成本较低时,贸易信贷能够更有效地减轻供应链的双重边际效应;相反,在供应链的边际生产成本较高时,银行信贷在减少双重边际效应方面更有效。以上研究主要是以企业信贷为着眼点,大部分研究更多集中于银行的质押率。Jarrow等^[4]按照简化式的思路研究银行的质押决策,在假设银行进行风险控制的前提下,得出与银行风险承受能力相对应的质押物折扣率。Jokivuolle等^[5]和Cossin等^[6]分别研究了企业具有内生违约率和外生违约率时,银行的质押率决策问题。前者建立了质押物价值与违约率相关的风险模型,用于估计违约损失,后者建立了一个供应链金融的风险评估框架。Data等^[7]探讨了零售商违约率外生的条件下,贷款额与贷款利率的关系。李毅学等^[8-10]研究了质押物价格随机波动时银行质押率决定因素,在考虑银行风险容忍度的前提下,分析了标准存货质押业务,探讨了质押物价格服从正态分布、对数正态分布及重随机分布等情况下的银行质押率决策。张钦红等^[11]假设存货需求为典型的报童模型,研究了不同风险模式(包括银行风险中性、损失规避及均值方差法)对银行质押率的影响。张燃等^[12]利用期权定价法研究了银行的质押率决策问题。易雪辉等^[13-14]假设融资企业具有外生违约率,研究核心企业的批发价格与回购决策变量(回购价和回购率)对下侧风险规避银行的质押率的影响。此外,针对存货质押融资的经济效益与订货量问题也有相关报道:孙喜梅等^[15-16]研究表明,存货质押融资能够提高供应链、零售商和供应商的利润。屠惠远等^[17]的研究表明,企业最优生产量是银行的贷款利率的减函数,该最优生产量小于经典报童模型下的产

量。王文利等^[18]研究了订单驱动下银行与零售商的订货量决策。孙喜梅等^[19-20]还研究了供应链信用水平下的存货质押率与应收账款价值比的优化问题。

总结前人工作发现:①对存货质押融资模式的研究多集中在银行的质押率问题,少有文献重点探索中小企业的决策问题;②前人工作均以中小企业的外生违约率作为衡量其信用的标准,这与供应链金融要求“借助核心企业优质的信用,进行信用捆绑,提升中小企业的授信等级”^[21]不符。基于此,本研究在文献[15-16]及[19-20]基础上,进一步拓展了信用乘数的定义,给出3级供应链的信用乘数满足条件及存货质押模式下,零售商质押量的决策。

1 基本概念

在传统的融资模式下,银行等金融机构采用“主体评级”来评价借款企业的信用水平,而中小企业由于缺乏有效的信息披露机制以及规范的财务报表,使得银行难以对其信用水平做出准确评价。传统融资模式的这些缺点导致银行拒绝提供贷款。在供应链金融模式下,银行可以采用“主体+债项”的评级方式,重点关注借款企业与核心企业真实的贸易背景与交易记录,关注企业在供应链中的地位与作用,充分运用供应链运营过程中产生的动产(存货和应收账款等)进行担保,并将销售收入作为主要的还款来源^[21]。同时,由于供应链金融引入了核心企业的信用,中小企业借助核心企业的信用捆绑来提高信用等级,使得核心企业的信用外溢到链上的中小企业,大大降低银行的信贷风险。

信用捆绑技术是供应链金融风险控制的核心理念,将核心企业的信用嵌入风险管理体系中^[21]。由价值链维系的企业集群引致了信誉链的建立,信用链是供应链在信誉上的延伸,是供应链上下游企业间的信用连接体系^[22]。这使得处于供应链上的中小企业融资模式发生根本性转变,即企业将从传统的以单个企业为主体的融资模式向以供应链为主体的融资模式转变。

一个企业有信用水平与信用风险,供应链也同样如此。决定信用风险的核心变量是违约率,信用水平最终可以用违约率来衡量。供应链上的节点企

业在进行商贸往来的过程中,各个企业的信用也会相互交织,形成一条“信用链”.信用链以核心企业的信用为核心,沿供应链向上或向下延伸.通过链上企业的信息共建与共享,并与其他形式的契约机制相结合,使得“信用链”成为除了“产品链”之外的信息与信用纽带,这将会使得链上企业间的合作更加稳固,企业间的价值也更加趋同.在供应链模式下,链上的节点企业是以供应链的形式与链外企业进行商业活动,链外企业与某一节点企业的贸易往来就等同于与整条供应链进行商贸活动.所以,链外企业应以供应链的信用来衡量该节点企业的信用,从而克服了传统模式的缺点.在供应链金融模式下,核心企业对非核心企业的信用具有拉动作用,使得非核心企业的信用得到提高.供应链的信用水平应该介于该链上非核心企业的信用水平与核心企业的信用水平之间.供应链的违约率也受核心企业和非核心企业违约率的综合影响,使得供应链的违约率介于核心企业的违约率与链上其他节点企业的违约率之间.据此,本研究引用文献[19]的定义.

定义1 供应链信用是链上所有合作伙伴围绕核心企业进行信息共享、风险共担及相互协调形成的统一整体所表现出的信用.

定义2 供应链的违约率是指链上所有合作伙伴相互协调形成的整体而表现出来的违约率.供应链的信用水平用供应链的违约率来描述.

在此基础上给出3级供应链信用乘数定义3.

定义3 信用乘数是指供应链上的核心企业对该供应链信用的贡献度,记为 η ,且 $0 \leq \eta \leq 1$.

由单一核心企业(制造商)与非核心企业(供应商和零售商)组成的3级供应链,设核心企业的外生违约率为 h ,供应商的外生违约率为 h_s ,零售商的外生违约率为 h_l ,且 $0 < h < h_s$, $h_l < 1$.依据定义1至定义3,供应链的违约率 $\psi(\eta, h, h_s, h_l)$ 应满足以下条件:

- 1) $\frac{\partial \psi}{\partial h} / \frac{\psi}{h} = \eta$, $\frac{\partial \psi}{\partial h_s} / \frac{\psi}{h_s} = \eta_s$, $\frac{\partial \psi}{\partial h_l} / \frac{\psi}{h_l} = 1 - \eta - \eta_s$;
- 2) $\partial \psi / \partial \eta < 0$, $\partial \psi / \partial \eta_s < 0$;
- 3) $\psi(1, h, h_s, h_l) \geq h$, $\psi(0, h, h_s, h_l) \leq \max(h_s, h_l)$.

条件1)表明,核心企业的信用每变化1%,供

应链信用将变化 $\eta\%$,即核心企业对供应链信用的贡献为 η .同样,供应商对供应链信用的贡献为 η_s ,零售商对供应链信用的贡献为 $1 - \eta - \eta_s$.符合定义3中信用乘数的定义.条件2)表明,信用乘数越高,供应链的违约率越低,供应链的信用越高.这与实际吻合.条件3)表明,供应链信用介于核心企业信用与非核心企业信用之间.当信用乘数为1时,核心企业对供应链有绝对的影响力,此时供应链的违约率最低,供应链信用将达到最高,甚至可能与核心企业的信用相等;相反,当信用乘数为0时,供应链的信用最低,与中小企业的信用相当.

定义3表明,信用乘数是指核心企业对整条供应链信用水平的贡献率,它衡量了核心企业对链上中小企业信用水平的拉动作用.由于合作企业通过各种契约紧密的联系起来,形成一个企业联盟,通过供应链平台进行信息流、物流、资金流及商流的交换协调与整合,核心企业优质的信用会外溢到链上的中小企业,使得中小企业的信用水平得到提升.反之,若中小企业想维持高于自身的信用水平,就必须与核心企业捆绑,努力按照整条供应链的信用要求,提高自身能力,提升其在供应链中的地位.同时,链上的各个中小企业相互影响、相互促进,使得供应链的信用水平越来越高.

当只考虑简单的2级供应链时,依据定义1至定义3,供应链的违约率满足以下条件:

- 1) $\frac{\partial \psi}{\partial h} / \frac{\psi}{h} = \eta$, $\frac{\partial \psi}{\partial H} / \frac{\psi}{H} = 1 - \eta$;
- 2) $\partial \psi / \partial \eta < 0$;
- 3) $\psi(1, h, H) \geq h$, $\psi(0, h, H) \leq H$.

其中, h 和 H 分别是核心企业与非核心企业的外生违约率.

2 基本假设

在单一核心企业(供应商)与单一零售商组成的2级供应链中,资金不足的零售商通过存货质押融资来解决融资难题.操作过程如下:首先,核心企业、银行、零售商和物流企业签订4方协议.协议规定批发价为 ω ,回购价与回购率为 α 和 θ ,银行的质押率为 ξ ,贷款利率为 R ,单位物流费为 l ,贷款周期与销售周期同为 T ,物流企业保证质押的存货优先出售.其次,零售商以自有资金 M 订购 q_0 单位

产品,以部分产品 q_m 向银行出质,将质押的产品存放于物流企业的仓库. 银行以销售价 p 为参考价发放贷款 $\xi p q_m$. 供应商收到款项后,发放 $q_R = \xi p q_m / \omega$ 的产品. 零售商将存货销售款存入银行的封闭式账户. 期末,核心企业进行回购,银行委托物流企业对剩余产品以处置价 β 销售. 最后,零售商归还贷款本息和 $\xi p(1+RT)q_m$, 支付物流费用,合约解除.

为了简化模型,有如下假设:

1) 产品市场是典型的报童模型,即产品价格与销售周期内恒定不变,产品的市场需求 x 随机波动,其密度函数与分布函数分别为 $f(x)$ 与 $F(x)$,均值为 μ .

2) 银行单位质押存货的贷款收益 D 、单位物流费、期末剩余产品单位价值 Δp 满足 $D > l \geq \Delta p$, 其中, $D = \xi p(1+RT)$, $\Delta p = \theta\alpha + (1-\theta)\beta$.

3) 为保证企业能够获得非负利润,要求 $p > l + \omega(1+RT)$.

4) 市场需求的分布函数具有失败率递增特性. 记 $\bar{F}(x) = 1 - F(x)$, 则分布函数的失败率定义为 $g'(x) = f(x)/\bar{F}(x)$, 对于任意 $x \geq 0$ 均有失败率的导数 $g'(x) \geq 0$. 常用的大部分需求分布函数,如正态、均匀及指数分布等均具有失败率递增特性^[22].

5) 零售商的单位缺货损失为 λ .

3 存货质押融资模型的建立

由文献[15-16]可知,零售商自有资金充足时的最优订货量为 $Q_0^* = F^{-1}(\frac{p+\lambda-\omega-l}{p+\lambda-\Delta p})$, 在此不再赘述. 下面分析资金紧缺时零售商质押量决策.

当 $M < \omega Q_0^*$ 时,自有资金不能满足最优订货要求. 此时,零售商选择存货质押模式进行融资. 总订货量提高到 $Q = q_0 + q_R$.

由于银行掌握的产品量为 q_m , 且物流企业保证质押存货优先出售,银行封闭式账户里的现金流 $\Pi(x) = p\min(x, q_m) + \Delta p\max(0, q_m - x)$. 这是银行收回贷款本息和的第一来源,直接决定了银行的贷款风险.

只有当封闭式账户里的现金流不能完全偿还贷款,且供应链选择违约两种情况同时发生时,银行才会面临贷款风险. 这是因为:如果封闭式账户里

的现金流大于应还贷款,银行能够完全收回贷款本息. 如果账户里的现金流小于应还贷款额,若供应链守约,银行也能收回贷款;相反,若供应链违约,银行不能完全收回贷款,违约发生.

当 $x = 0$ 时,若 $\Pi(0) = \Delta p q_m \geq \xi p q_m(1+RT)$, 即 $\xi \leq \Delta p/(p(1+RT)) = \xi_0$, 这表明即使产品市场需求为零,其残值也能偿还贷款,不会发生违约.

下面考察 $\xi > \xi_0$ 时的两种情况:①若 $x > q_m$, 则 $\Pi(x) = p q_m$, 由 $p > D$ 知 $\Pi(x) \geq D q_m$, 不会违约;②若 $x \leq q_m$, 市场需求严重不足,质押存货不能以价格 p 全部售出,则 $\Pi(x) = (p - \Delta p)x + \Delta p q_m$. 若 $\Pi(x) \geq D q_m$, 有

$$x \geq (D - \Delta p)q_m / (p - \Delta p) \equiv x_1$$

这表明当 $x_1 \leq x \leq q_m$ 时,封闭式账户里的现金流能够偿还贷款,供应链不会违约. 反之,当 $x < x_1$ 时,封闭式账户里的现金流不能完全偿还贷款. 此时供应链存在违约与守约两种选择.

当供应链守约时,零售商能够掌控的产品量为 Q , 其利润函数为

$$\Pi_R^{(1)}(x) = p\min(x, Q) + \Delta p\max(0, Q - x) - lQ - \lambda\max(x - Q, 0) - M - Dq_m \quad (1)$$

当供应链违约时,零售商掌控的存货量为 $Q - q_m$, 物流企业保证质押存货优先售出,使得零售商的. 市场需求容量为 $\max(x - q_m, 0)$, 此时零售商的利润函数为

$$\Pi_R^{(2)}(x) = p\min(Q - q_m, \max(x - q_m, 0)) - lQ - M + \Delta p\max(Q - q_m - \max(x - q_m, 0), 0) - \lambda\max(x - Q, 0) \quad (2)$$

下面分两类情况讨论零售商的利润.

1) 当 $\xi \leq \xi_0$ 时,供应链守约. 其利润函数为 $\Pi_R^{(1)}(x)$. 零售商的期望利润为

$$\begin{aligned} E[\Pi_R^{(1)}(x)] &= \int_0^Q [(p - \Delta p)x + \Delta pQ]f(x)dx - lQ + \int_Q^{+\infty} [(p + \lambda)q - \lambda x]f(x)dx - M - Dq_m = \\ &= (p + \lambda - l)Q - (p + \lambda - \Delta p) \int_0^Q F(x)dx - M - \lambda\mu - Dq_m \quad (3) \end{aligned}$$

2) 当 $\xi > \xi_0$ 时,供应链有两种选择:以违约

率 $\psi(\eta)$ 选择违约,或以 $1-\psi(\eta)$ 的概率守约. ①当 $x < x_1$ 时,若供应链违约,由式(2)知,零售商的利润函数为 $\Pi_R^{(21)}(x) = \Delta p(Q - q_m) - lQ - M$.若供应链不违约,由式(1)知,零售商的利润函数为 $\Pi_R^{(22)}(x) = (p - \Delta p)x + (\Delta p - l)Q - Dq_m - M$; ②当 $x > x_1$ 时,供应链守约.若 $x \leq Q$,不会产生缺货损失,利润函数为 $\Pi_R^{(23)}(x) = (p - \Delta p)x - M + (\Delta p - l)Q - Dq_m$.若 $x > Q$,订货量不能满足所有客户的需求,部分客户会因此而流失,产生缺货损失.零售商的利润函数 $\Pi_R^{(24)}(x) = (p + \lambda - l)Q - \lambda x - Dq_m - M$.

根据上述分解, $\xi > \xi_0$ 时零售商的期望利润函数为

$$\begin{aligned} E[\Pi_R^2] = & \int_0^{x_1} \psi(\eta) \Pi_R^{(21)}(x) f(x) dx + \\ & \int_0^{x_1} (1 - \psi(\eta)) \Pi_R^{(22)}(x) f(x) dx + \\ & \int_{x_1}^Q \Pi_R^{(23)}(x) f(x) dx + \\ & \int_Q^{+\infty} \Pi_R^{(24)}(x) f(x) dx = \\ & (p + \lambda - l)Q - \\ & (p + \lambda - \Delta p) \int_0^Q F(x) dx + \psi(\eta)(p - \\ & \Delta p) \int_0^{x_1} F(x) dx - Dq_m - \lambda\mu - M \end{aligned} \quad (4)$$

4 模型求解与分析

由单一核心企业(供应商)与单一零售商组成的简单2级供应链,零售商通过存货质押模式来解决资金不足的难题,核心企业对供应链信用产生重要影响,零售商通过与核心企业的优质信用进行捆绑来提高自身的信用水平.下面将对基于供应链信用的零售商质押量决策进行求解与分析.

为了简化,令 $A_1 = p(p + \lambda - \Delta p)$, $A_2 = p(p + \lambda - \omega(1 + RT) - l)$, $A_3 = \xi p(\omega(1 + RT) + l - \Delta p) - \psi(\eta)\omega(D - \Delta p)$.

定理1 对于考虑供应链信用的简单2级供应链存货质押融资模式,零售商根据银行质押率进行决策.

1) 当 $\xi \leq \xi_0$ 时,零售商的最优存货质押量 $q_{m1}^* = \min(q_{m1}, q_0)$.

2) 当 $\xi > \xi_2$ 时,零售商的最优存货质押量 $q_{m2}^* = \min(q_{m2}, q_0)$.其中,

$$q_{m1} = \omega[F^{-1}(A_2/A_1) - q_0]/(p\xi_0) \quad (5)$$

$$\bar{F}(Q(q_{m2})) = [A_3 + \psi(\eta)\omega(D - \Delta p)\bar{F}(x_1(q_{m2}))]/(\xi A_1) \quad (6)$$

【证】1) 当 $\xi \leq \xi_0$ 时,将式(3)对 q_m 求1、2阶偏导数,得

$$\partial E[\Pi_R^1]/\partial q_m = \xi[A_2 - A_1 F(Q(q_{m1}))]/\omega \quad (7)$$

$$\partial^2 E[\Pi_R^1]/\partial q_m^2 = -\xi^2 A_1 f(Q(q_{m1}))/\omega^2 < 0 \quad (8)$$

由式(8)知, $E[\Pi_R^1(x)]$ 是 q_m 的严格凸函数.

当 $\xi \leq \xi_0$ 时,银行不会面临贷款风险,理性的银行提供的质押率应为 ξ_0 .令式(7)为0,可得式(5).

由 $q_m \leq q_0$ 知,最优质押量 $q_{m1}^* = \min(q_{m1}, q_0)$.

2) 当 $\xi > \xi_0$ 时,将式(4)对 q_m 求1阶偏导数,

$$\begin{aligned} \partial E[\Pi_R^2]/\partial q_m = & \xi[A_2 - A_1 F(Q(q_m))]/\omega + \\ & \psi(\eta)(D - \Delta p)F(x_1(q_m)) = \\ & -\psi(\eta)(D - \Delta p)\bar{F}(x_1(q_m)) + \\ & \xi A_1 \bar{F}(Q(q_m))/\omega - A_3/\omega \end{aligned} \quad (9)$$

令 $q_m = q_{m2}$ 使 $\partial E[\Pi_R^2]/\partial q_m = 0$ 可得式(6).由于 $A_1 > 0$,且 $A_3 = \xi p(l - \Delta p) + (1 - \psi(\eta))\omega D + \Delta p\psi(\eta)\omega > 0$,由式(6)可得

$$\begin{aligned} \bar{F}(Q(q_{m2})) = & \psi(\eta) \frac{\omega(D - \Delta p)}{\xi A_1} \bar{F}(x_1(q_{m2})) + \\ & \frac{A_3}{\xi A_1} > \psi(\eta) \frac{\omega(D - \Delta p)}{\xi A_1} \bar{F}(x_1(q_{m2})) \end{aligned} \quad (10)$$

将式(4)对 q_m 求2阶偏导,并由式(10)得

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial^2 E[\Pi_R^2]}{\partial q_m^2} \right|_{q_m = q_{m2}} = & -\frac{\xi^2 A_1 p \bar{F}(Q(q_{m2}))}{\omega^2} \left[\frac{f(Q(q_{m2}))}{\bar{F}(Q(q_{m2}))} - \right. \\ & \psi(\eta) \frac{(D - \Delta p)^2 \omega^2}{A_1 \xi^2 p(p - \Delta p)} \frac{f(x_1(q_{m2}))}{\bar{F}(Q(q_{m2}))} \Big] < \\ & -\frac{\xi^2 A_1 p \bar{F}(Q(q_{m2}))}{\omega^2} \left[\frac{f(Q(q_{m2}))}{\bar{F}(Q(q_{m2}))} - \right. \\ & \left. \frac{(D - \Delta p)^2 \omega}{\xi p(p - \Delta p)} \frac{f(x_1(q_{m2}))}{\bar{F}(x_1(q_{m2}))} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

由假设4)产品市场需求的分布函数具有失败率递增特性,且 $Q(q_{m2}) > x_1(q_{m2})$,所以

$$\frac{f(Q(q_{m2}))}{\bar{F}(Q(q_{m2}))} > \frac{f(x_1(q_{m2}))}{\bar{F}(x_1(q_{m2}))} \quad (12)$$

由 $\xi p(p - \omega e^{RT} - \Delta p) + \omega \Delta p > 0$ 可知,

$$0 < [(D - \Delta p)\omega] / [\xi p(p - \Delta p)] < 1$$

所以有

$$\left. \frac{\partial^2 E[\Pi_R^*]}{\partial q_m^2} \right|_{q_m = q_{m2}} < -\frac{\xi^2 A_1 p}{\omega^2} \bar{F}(Q(q_{m2})) \left[\frac{f(Q(q_{m2}))}{\bar{F}(Q(q_{m2}))} - \frac{f(x_1(q_{m2}))}{\bar{F}(x_1(q_{m2}))} \right] < 0 \quad (13)$$

因此, $E[\Pi_R^*]$ 在质押量 q_{m2} 的邻域内是严格凸的. 根据文献[23]可知, q_{m2} 是唯一存在的. 由 $q_{m2} \leq q_0$ 知最优质押量 $q_{m2}^* = \min(q_{m2}, q_0)$.

证毕.

定理1 求解出零售商的最优质押量. 结论表明, 零售商将根据银行的质押率区间进行决策, 选择相应的质押量.

由于 $\xi \leq \xi_0$ 时, 供应链不会违约, 根据定理1, 此时零售商的最优存货质押量与信用乘数 η 无关. 这是因为, 此时银行的质押率很低, 即使产品市场需求为0, 存货的期末价值也能偿还贷款, 无论供应链的信用如何, 银行都不会面临贷款风险. 此时银行提供的质押率为定值 ξ_0 , 那么零售商的存货量也为定值 q_{m1}^* .

下面分析参数 η 和 M 对零售商的最优存货质押量的影响. 由于 $\xi \leq \xi_0$ 时的最优存货质押量与 η 无关, 而且此时质押率恒为 ξ_0 , 所以在分析参数 η 对零售商的最优存货质押量的影响时, 只分析 $\xi > \xi_0$ 时情形.

定理2 对于考虑供应链信用的简单2级供应链存货质押融资模式, 当 $\xi > \xi_0$, 且其他条件不变的情况下, 零售商的最优存货质押量 q_{m2}^* 是信用乘数 η 的单调减函数. 零售商进行供应链融资时需要的存货质押量比单独融资时少, 即 $q_{m2}^*|_{\eta>0} < q_{m2}^*|_{\eta=0}$.

【证】由式(6)对 η 求1阶导数, 并化简得

$$\frac{\xi p}{\omega} \bar{F}(Q(q_{m2})) A_4 \frac{\partial q_{m2}}{\partial \eta} = \frac{\partial \psi(\cdot)}{\partial \eta} \frac{\omega(D - \Delta p)}{A_1 \xi} \bar{F}(x_1(q_{m2}))$$

其中, $A_4 = \frac{f(Q(q_{m2}))}{\bar{F}(Q(q_{m2}))} - \psi(\eta) \frac{(D - \Delta p)^2 \omega^2}{A_1 \xi^2 p(p - \Delta p)} \frac{f(x_1(q_{m2}))}{\bar{F}(Q(q_{m2}))}$. 由式(11)至式(13)可知, $A_4 > 0$, 从

而 $\partial q_{m2} / \partial \eta < 0$. 由 $q_{m2}^* = \min(q_{m2}, q_0)$ 可知,

$\partial q_{m2}^* / \partial \eta \leq 0$, 当且仅当 $q_{m2}^* = q_0$ 时, 等号成立. 所以, 零售商的最优存货质押量 q_{m2}^* 是信用乘数 η 单调减函数.

由以上证明可知 $q_{m2}^*|_{\eta>0} < q_{m2}^*|_{\eta=0}$. 由于当 $\eta = 0$ 时, 核心企业对供应链信用没有影响, 零售商的融资行为等同于零售商单独进行融资. 而 $\eta > 0$ 表明, 核心企业对供应链信用产生影响, 此时的融资模式即为供应链融资. 因此, 与零售商单独融资相比, 供应链融资时需要的存货质押量较小.

证毕.

定理2 表明, 当 $\xi > \xi_0$ 时, 在其他条件保持不变时, 零售商的最优存货质押量随着信用乘数 η 的提高而减少. 这是因为, 信用乘数越大, 核心企业对供应链的信用影响越大, 供应链的信用水平就越高, 银行的贷款风险就越小, 质押率就越高, 使得零售商用较少的质押量就能获得等量的贷款额. 特别地, 当 $\eta = 1$ 时, 供应链的信用水平与核心企业相当, 此时的质押量最低. 因此, 核心企业可以利用其在供应链上的核心地位, 加大对供应链信用的影响, 提高供应链的稳定性, 有利于解决中小企业的融资困境. 同时, 链上的中小企业也应加强与核心企业的合作, 绑紧与核心企业的关系, 提高供应链的信用水平.

定理3 考虑供应链信用的简单2级供应链存货质押融资模式.

1) 当 $\xi \leq \xi_0$ 时, 零售商的最优存货质押量 q_{m1}^* 在 $(0, M_1)$ 上单调递增, 在 $(M_1, \bar{M}_1)$ 上单调递减; 当 $M > \bar{M}_1$ 时, 零售商质押量为0.

2) 当 $\xi > \xi_0$ 时, 零售商的最优存货质押量 q_{m2}^* 在 $(0, M_2)$ 上单调递增, 在 $(M_2, \bar{M}_2)$ 上单调递减; 当 $M > \bar{M}_2$ 时, 零售商质押量为0. 其中, M_i 满足 $q_{mi} = M_i / w$, $i = 1, 2$, $q_{mi}(\bar{M}_i) = 0$.

【证】以 $\xi \leq \xi_0$ 为例. 由零售商的最优存货质押量 $q_{m1}^* = \min(q_{m1}, q_0)$ 可知, ① 若 $q_0 \leq q_{m1}$, 那么最优质押量 $q_{m1}^* = q_0 = M/w$, 此时零售商将其初始订货量全部用于质押融资, 易知零售商的质押量是关于其自有资金的增函数; ② 若 $q_{m1} < q_0$, 此时最优质押量 $q_{m1}^* = q_{m1}$, 对式(5)求 M 的1阶偏导, 化简有 $\partial q_{m1}^* / \partial M = -1/(\xi p) < 0$. 则此时最优质押量是自有资金的减函数. ③ 若 $M > \bar{M}_1$ 时, 零售

商不需要进行额外融资即可满足最优订货量,此时的质押量为0.

综合①和②,令 M_1 使 $q_{ml} = M/w$ 成立,则当 $M \leq M_1$ 时,零售商的最优质押量为增函数;当 $M > M_1$ 时,最优质押量为减函数.所以1)得证.2)的证明与1)相似.

证毕.

定理3表明,当自有资金小于某一临界值时,由于自有资金太少,初始订货量将会全部质押给银行,用以获取更多的贷款.自有资金越多,使得初始订货量越大,可供质押的数量越多;当其自有资金高于该临界值时,虽然不能完全满足最优订货量的要求,但此时不需要将初始订货量全部质押即可满足最优决策.此时,自有资金越多,需要的贷款量就越少,因此质押量也就越低.

如果仅以自有资金量对企业规模进行划分,可以将企业分为3类:①自有资金极其缺乏的企业,即自有资金小于临界值的企业,该类企业与现实中的小微企业类似;②有较为雄厚的自有资金,但是不足以订购到最优订货量的企业,这类企业即为中型企业;③自有资金十分雄厚,能够支付最优订货量,不需要额外进行融资的企业,即大企业.以企业的自有资金量对企业规模进行划分,为企业分类提供了量化指标,企业规模便可以变量的形式引入定量模型,这具有十分重要的意义.

4 数值分析

本节应用具体算例来验证本文的结论.只要满足第1节的条件1)、2)和3)的式子均可作为供应链违约率的表达式,本节以 $\psi(\cdot) = h^\eta H^{1-\eta}$ 为例进行研究.假设市场需求 x 服从 $U[0, 3\ 000]$ 的均匀分布,模型的其他参数分别赋值如下: $p = 20$; $w = 10$; $\alpha = 4$; $\beta = 2$; $\theta = 0.8$; $\lambda = 1$; $l = 1$; $M = 10\ 000$; $T = 1$; $R = 5.6\%$; $h = 10\%$; $H = 1\%$; $\eta = 0.8$; $\xi = 0.6$.其中,有关价格的单位为元; $T = 1$ 表示质押期限为半年;银行的贷款利率为招商银行2013年6月至12月的半年期利率.计算可知, $\xi_0 = 0.17$,不存在资金约束的最优订货量 $Q_0^* = 1\ 724$ 件,需要的自有资金为17 240元,而零售商自有资金的订货量 $q_0 = 1\ 000$ 件,即自有资金不能实现零售商的最优化.下面分析信用乘数、自有资金量对零售商存

货质押量的影响.

1) 假设保持其他参数不变,信用乘数从0逐步增加到1,步长为0.1.利用Matlab计算可得零售商的最优存货质押量与信用乘数的关系,如图1.

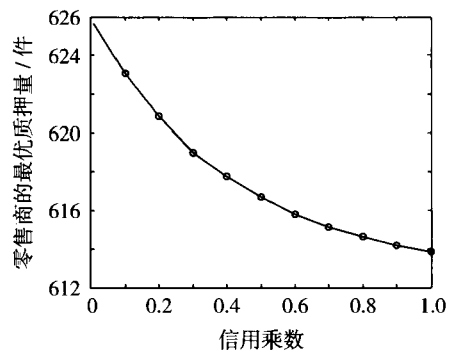


图1 信用乘数与零售商存货质押量的关系

Fig. 1 Relationship between retailer's inventory quantity and the credit factor

分析图1发现:①零售商的最优存货质押量与信用乘数负相关.这与定理2的结论相同;②随着信用乘数的增加,零售商的存货质押量对信用乘数的边际变化率表现出递减的趋势.这体现在图1中曲线斜率的绝对值随着信用乘数的增加而减少.当信用乘数小于0.3时,曲线很陡峭,边际变化率大,零售商的存货质押量对信用乘数的弹性很大;当信用乘数位于0.3~0.6时,曲线较为陡峭,边际变化率较大,弹性也较大;当信用乘数大于0.6时,曲线变得比较平坦,边际变化率较小,弹性也很小.由第1节的分析可知,信用乘数为0表示零售商单独融资,而大于0表示供应链融资,当融资模式从传统的单独融资向供应链融资转变时,信用乘数的微小变化都会对零售商的质押量产生很大的影响,这体现在当信用乘数小于0.3时,质押量的弹性很大.这将会产生正负两种效应:若信用乘数变大,那么零售商质押量将会以较大的幅度下降;相反,若信用乘数减小,这将会导致零售商的质押量增加较大幅度.因此,任何一个能巩固供应链稳定性的措施都将会使信用乘数发挥正效应,任何一个威胁供应链稳定性的事件都将会使信用乘数发挥负效应.所以,链上的每个节点企业都必须加强分工与合作,努力实现信用乘数的正效应.

2) 假设其他参数的值保持恒定不变,下面研究自有资金对零售商存货质押量的影响,分别讨论银行质押率为0.17、0.60与0.80三种情况.由定

理3,当银行质押率为0.17时,计算可得自有资金的分界值 $M_1 = 10\,567$ 元.同理得 $\xi = 0.60$ 及 $\xi = 0.80$ 时自有资金的分界值 $M_2 = 7\,413$ 元与 $M_3 = 6\,274$ 元.零售商的自有资金与其最优存货质押量的关系如图2.可见:①不论银行提供的质押率大小如何,零售商的最优存货质押量随其自有资金量的增加表现出先增后减的趋势.这与定理3的结论相符.当 $\bar{M}_i$ 小于不存在资金约束时的自有资金17 240元,这是因为当自有资金位于该范围时,虽然仍有一定的资金缺口,但由于贷款的成本高于收益,此时零售商将不会选择贷款;②零售商自有资金小于 M_i 的企业属于小微企业,这类企业资金极其缺乏、规模最小,为了满足订货需求,实现最优化,这类企业将其自有资金购买的初始订货量全部用于质押贷款.自有资金量位于 $[M_i, \bar{M}_i]$ 之间的企业属于中型企业.这类企业具有一定的资金实力与规模,仅需将初始订货量的一部分用于质押贷款.这两类企业一起组成中小企业,是供应链金融服务的主体与重点.自有资金超过 $\bar{M}_i$ 的企业属于大型企业,这类企业资金十分雄厚,不需要进行额外的贷款即可实现最优化.

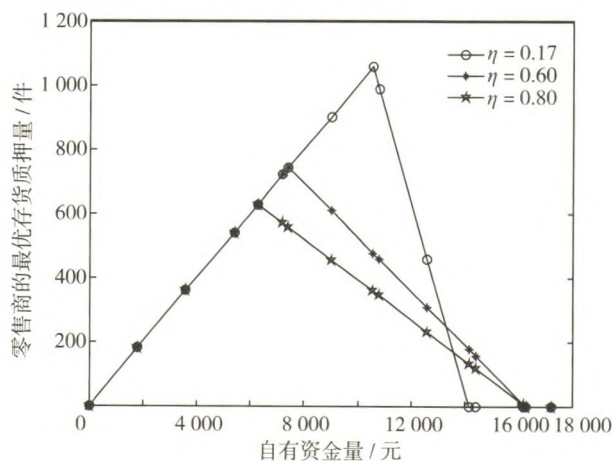


图2 零售商的质押量与自有资金量的关系

Fig. 2 (Color online) Relationship between retailer's inventory quantity and the amount of its own funds

结 语

存货质押融资可以很好的解决零售商的融资难题.针对简单的2级供应链,研究了零售商的决

策,结果表明:①零售商根据银行提供的质押率范围来确定其存货质押量,最优存货质押量与供应链的信用乘数负相关;②零售商的存货质押量与自有资金有关,依据自有资金量对企业规模进行划分,可以将企业划分小微企业、中型企业和大型企业.其中,小微企业与中型企业存在资金紧缺,需要进行额外的融资,供应链金融为这类企业的融资提供了有效的解决方案.

本研究推广了2级供应链信用乘数的定义,并用一个最简洁的表达式把核心企业与零售商(中小企业)的信用联系起来,尚缺乏进一步深入研究,未来可以探索影响供应链信用乘数的因素,以及适用于不同行业供应链信用的具体表达式.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51377147)

作者简介:赵国坤(1987—),男,深圳大学硕士研究生.研究方向:供应链金融. E-mail: 786978953@qq.com

引 文:赵国坤,孙喜梅,汪 颖.基于供应链信用的零售商质押量决策研究[J].深圳大学学报理工版,2016,33(1):102-110.

参考文献 / References:

- [1] 王 帅. 中小企业融资难问题及对策浅析[J]. 财经界(学术版), 2013, 31(1): 53, 55.
Wang Shuai. Analysis of SME financing problems and measures [J]. Money China (Academic Edition), 2013, 31(1): 53, 55. (in Chinese)
- [2] Stutz R, Johnson H. A analysis of secured debt [J]. Journal of Financial Economics, 1985, 14(4): 501-521.
- [3] Jing Bing, Dewan R, Seidmann A. Finance sourcing in a supply chain [C]// The 44th International Conference on System Sciences. Hawaii, USA: IEEE, 2011: 1-9.
- [4] Jarrow R, Turnbull S. Pricing derivatives on financial securities subject risk [J]. Journal of Finance, 1995, 50(1): 53-85.
- [5] Jokivuolle E, Peura S. Incorporating collateral value uncertainty in loss given default estimates and loan to value ratios [J]. European Financial Management, 2003, 9(3): 299-314.
- [6] Cossin D, Huang Zhijiang, Aunon-Nerin D, et al. A framework collateral risk control for determination [R]. Frankfurt: European Central Bank, 2003: 1-47.
- [7] Data M, Hu Qiaohai. Financing newsvendor inventory [J]. Operations Research Letters, 2008, 36(5): 569-573.
- [8] 李毅学, 徐 渝, 冯耕中, 等. 标准存货质押融资业务贷款价值比率研究[J]. 运筹与管理, 2006, 15(6): 78-82.
Li Yixue, Xu Yu, Feng Gengzhong, et al. Research on

- loan-to-value ratios of standard inventory financing [J]. *Operations Research and Management Science*, 2006, 15(6): 78-82. (in Chinese)
- [9] 李毅学, 徐渝, 冯耕中, 等. 重随机泊松违约概率下库存商品融资业务贷款价值比率研究 [J]. *中国管理科学*, 2007, 15(1): 21-26.
Li Yixue, Xu Yu, Feng Gengzhong, et al. On loan-to-value ratios of inventory financing with doubly stochastic poisson default process [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2007, 15(1): 21-26. (in Chinese)
- [10] 李毅学, 冯耕中, 徐渝. 价格随机波动下存货质押融资业务质押率研究 [J]. *系统工程理论与实践*, 2007, 12: 42-48.
Li Yixue, Feng Gengzhong, Xu Yu. Research on loan-to-value ratios of inventory financing under randomly fluctuant price [J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2007, 12: 42-48. (in Chinese)
- [11] 张钦红, 赵泉午. 随求随机时存货质押贷款质押率决策研究 [J]. *中国管理科学*, 2010, 18(5): 21-27.
Zhang Qinhong, Zhao Quanwu. Research on loan-to-value ratios of standard inventory financing when demand is stochastic [J]. *Chinese Journal of Management Science* 2010, 18(5): 21-27. (in Chinese)
- [12] 张燃, 徐爽, 王凤敏. 质押贷款质押率决定的期权定价方法 [J]. *中国管理科学*, 2011, 21(1): 16-22.
Zhang Ran, Xu Shuang, Wang Fengmin. Pledged loan-to-value ratios determination based on option pricing method [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2011, 21(1): 16-22. (in Chinese)
- [13] 易雪辉, 周宗放. 基于供应链金融的银行贷款价值比研究 [J]. *中国管理科学*, 2012, 20(1): 102-108.
Yi Xuehui, Zhou Zongfang. Study on loan-to-value ratios of bank in the supply chain finance [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2012, 20(1): 102-108. (in Chinese)
- [14] 易雪辉, 周宗放. 核心企业回购担保下银行的存货质押融资定价决策 [J]. *系统工程*, 2011, 29(1): 38-44.
Yi Xuehui, Zhou Zongfang. Pricing decisions on inventory financing of the banks with core enterprises' buy-back guarantee [J]. *Systems Engineering*, 2011, 29(1): 38-44. (in Chinese)
- [15] 孙喜梅, 赵国坤, 汪颖. 存货质押融资对供应链效益的影响 [J]. *深圳大学学报理工版*, 2014, 31(3): 317-324.
Sun Ximei, Zhao Guokun, Wang Ying. Effect analysis on supply chain performance based on inventory pledging financing [J]. *Journal of Shenzhen University Science and Engineering*, 2014, 31(3): 317-324. (in Chinese)
- [16] 孙喜梅, 赵国坤, 韩彪, 等. 供应链存货质押融资模式下的零售商决策分析 [J]. *物流技术*, 2013, 32(9): 161-164.
Sun Ximei, Zhao Guokun, Han Biao, et al. Analysis of retailer's decision under supply chain inventory pledge financing [J]. *Logistics Technology*, 2013, 32(9): 161-164. (in Chinese)
- [17] 屠惠远, 华国伟, 汪寿阳. 资金约束供应链中最优融资和生产决策研究 [J]. *系统科学与数学*, 2011, 31(11): 1412-1422.
Tu Huiyuan, Hua Guowei, Wang Shouyang. Research on optimal financial and production decision in cash-constrained supply chain [J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2011, 31(11): 1412-1422. (in Chinese)
- [18] 王文利, 骆建文, 张钦红. 银行风险控制下的供应链订单融资策略研究 [J]. *中国管理科学*, 2013, 21(3): 71-78.
Wang Wenli, Luo Jianwen, Zhang Qinhong. Study on strategies of preorder financing in a supply chain under the bank's risk limit [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2013, 21(3): 71-78. (in Chinese)
- [19] 孙喜梅, 赵国坤. 考虑供应链信用水平的存货质押率研究 [J]. *中国管理科学*, 2015, 23(7): 77-84.
Sun Ximei, Zhao Guokun. Study on the loan-to-value ratios of inventory pledging based on supply chain credit level [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2015, 23(7): 77-84. (in Chinese)
- [20] 孙喜梅, 余博, 韩彪. 基于供应链信用度的应收账款价值比优化 [J]. *深圳大学学报理工版*, 2015, 32(6): 652-660.
Sun Ximei, Yu Bo, Han Biao. Accounts receivable LTV ratio optimization based on supply chain credit [J]. *Journal of Shenzhen University Science and Engineering*, 2015, 32(6): 652-660. (in Chinese)
- [21] 深圳发展银行行为中欧国际商学院供应链金融课题组. 供应链金融: 新经济下的新金融 [M]. 上海: 上海远东出版社, 2009: 1-28, 141-164.
Project team of supply chain finance of Shenzhen Development Bank and China Europe International Business School. Supply chain finance: new finance in new economy [M]. Shanghai: Shanghai Yuandong Press, 2009: 1-28, 141-164. (in Chinese)
- [22] 罗正英, 张雪芬, 陶凌云, 等. 信誉链: 中小企业融资的关联策略 [J]. *会计研究*, 2003, 23(7): 50-53.
Luo Zhengying, Zhang Xuefen, Tao Lingyun, et al. Reputation chain: medium-sized and small enterprises' relational strategy of ability to circulate funds [J]. *Accounting Research*, 2003, 23(7): 50-53. (in Chinese)
- [23] Buzacott J A, Zhang R Q. Inventory management with asset-based financing [J]. *Management Science*, 2004, 50(9): 1274-1292.