文章编号:1003－207(2015)02－0059－11
DOI:10.16381/j.cnki.issn1003－207x.2015.02.008

带学习效应的双渠道供应链库存策略研究

柏庆国,徐贤浩

(华中科技大学管理学院,湖北 武汉 430074)

摘 要:针对具有学习行为的双渠道供应链问题,本文研究了两种分销渠道并存下的最优库存策略。有限计划期内,分销商通过传统销售和在线销售来满足下游顾客的需求。两种分销渠道下的销售单价为时变不减线性函数,当系统中各周期的生产订购固定成本以一定的概率具有学习效应行为时,分别建立了非变质产品生产存贮问题的混合整数约束优化模型以及易变质产品存贮问题的无约束混合整数优化模型,所建立模型的目标为极大化分销商总利润函数。对于这两类模型,通过分析其最优解的性质,利用将生产订购次数松弛为连续变量的技巧证明了最优解存在的唯一性。给出了最优策略的求解方法并比较了两类模型最优利润函数值的大小。最后通过数值算例对上述模型进行了验证,数值结果表明当供应链系统中存在学习效应行为时,该系统能够获得更多的利润。

关键词:供应链;学习效应;双渠道;最优策略
中图分类号:F253;O227 文献标识码:A

1 引言

学习效应是实际制造系统中普遍存在的一种现象,它是指在重复的制造过程中产品加工者的经验逐渐得到积累,从而使得生产或加工单位产品所需要的时间呈现减少趋势。Wright[1]通过研究航空制造业中人的行为对于生产效率的影响,首次提出了学习效应曲线理论并构建了相应的函数对其进行了量化。由于学习效应理论强调了行为方法对于生产效率的提高,因此它被广泛的应用到制造管理领域并成为研究的热点。

在供应链库存管理中,人的行为对运作效率有着不可忽视的影响。因此供应链系统中的学习效应现象也受到了理论研究者与实践工作者的持续关注,与此同时 Wright[1] 的模型也得到了拓展性研究。Keachie 和 Fontan[2]首次研究了具有学习效应行为的供应链库存模型。对于此问题他们给出了经济订货批量模型的最优订购量公式,但遗憾的是,他们并没有给出求得这一公式的方法。Steedman[3]则拓展了 Keachie 和 Fontana[2] 的结果,给出了求得最优订购量的求解方法。Jaber 和 Bonney[4]研究了具有学习效应的单周期供应链库存模型,当学习效应曲线函数具有有限下界的性质时,他们分析了最优订购策略。周永务[5]进一步修正了传统的学习效应曲线函数,并利用此函数建立了单周期内的生产库存模型。Jaber 和 Guiffrida[6]提出了新的复合学习效应曲线函数,并研究了此学习效应曲线下的单周期确定型库存模型。

与上述文献所考虑的确定性环境下单级供应链系统不同,沈铁松和熊中楷[7]考虑了生产和需求受学习效应影响下的三级供应链的生产存储优化模型,他们通过算例模拟了最优生产批量。Pan 等[8]则考虑订货提前期内需求为随机变量,订购成本具有学习效应的单周期库存模型。他们对于允许缺货的情形分析了如何确定最优的订购数量、订购点以及订货提前期从而使得总成本最小。

总的来说,上述文献在对供应链系统中的学习效应现象进行研究时,只考虑单周期的情形,即以系统平均总成本最小为目标求解了学习效应影响下的最优订购周期。然而有限计划期内多次订购对于学习对象的经验积累具有更明显的影响。另一方面,近年来行为实验研究方法逐渐成为国际运作管理学界的关注焦点。因此,有限计划期内具有学习效应行为的供应链库存系统得到了进一步研究。如 Hung 与 Chen Pingting[9]考虑了有限计划期内订购

收稿日期:2012－10－11; 修订日期:2014－02－04
基金项目:国家自然科学基金重点资助项目(71131004);国家自然科学基金资助项目(71371107,71471071);山东省优秀中青年科学家科研奖励基金项目(BS2013SF016)
作者简介:柏庆国(1979－),男(汉族),山东临沂人,华中科技大学管理学院博士研究生,研究方向:物流与供应链管理.

固定成本具有学习效应的单级供应链库存模型，当市场需求为常数时，对于不允许缺货的情形，他们求得了最优订购次数以及最优订购策略。Tsai[10] 研究了学习效应影响下的二级易变质产品的供应链库存模型。所谓的易变质产品一般是指在生产、运输或存储过程中具有变质特性的产品，如蔬菜、化学药品等。假定下游分销商的需求为常数以及上游制造商进行生产时具有学习效应行为，他们设计了有限计划期内的二级供应链系统平均总成本最小的求解算法。然而由于模型的复杂性，他们没有证明最优解的存在性与唯一性，因此在设计算法时假定了模型的成本函数为凸函数，然后通过数值验证了算法的有效性。徐健腾等[11] 考虑了有限计划期内二级易变质产品的供应链系统。当上级制造商的生产过程以及下游分销商的订购固定成本同时具有学习效应时，他们证明了系统最优订购次数的唯一性，从而求解了系统的最优订购策略。

需要指出的是在当前对于此类问题的研究文献中，多是对于供应链系统只具有单分销渠道的情形进行了分析。然而随着电子商务与网络技术的不断发展，越来越多的企业如惠普、海尔、联想等制造商在保留原来传统销售渠道的同时，都建立了另外一种新型的销售渠道—在线销售渠道[12]。这一渠道的出现使得供应链从单一的销售渠道转向零售与在线并存的多渠道模式。在电子商务环境下传统销售渠道和在线销售渠道组成的双分销渠道供应链模式正成为一种新的发展趋势，这不仅改变了现有的市场销售渠道，同时受到了很多理论学者的关注，成为供应链管理中的一个热门课题。目前国内外学者主要从定价策略、服务策略、销售渠道的协调与冲突以及库存控制等方面对于双渠道供应链进行了系统的研究，并且已得到了一些显著性的成果。例如 Dumrongsiri [13] 研究了双渠道供应链的定价问题及零售商的订货策略。许明辉等[14] 提出了双渠道销售下通过提供给客户服务来提升实际需求的销售模式，基于服务提供者的不同，分别研究了在 Stackelberg 和 Nash 博弈中供应商和零售商的决策模型。肖剑等[15] 对由制造商和零售商组成的双渠道供应链的服务合作定价策略进行了研究。陈树桢等[16] 针对传统零售商与在线直线销售渠道价格竞争的双渠道供应链，考虑了创新投入与激励创新投入的供应链协调问题。周筠与赵晓波[17] 则考虑了需求与库存量具有依赖关系的两种销售渠道间的库存分配问题。相关其他结果见文献[18-28]。

上述文献的特点是在所研究问题的分销系统中，上游供应商为在线销售的唯一主体，下游分销商则是传统销售的唯一主体。然而，随着网络平台的普及，实际中的分销商通过实体商店销售的同时也会利用网上商店进行在线销售，例如近年来山东省寿光蔬菜基地的经销商通过中国寿光蔬菜网进行在线销售，拓宽了销路，实现了在线销售与传统销售的有效结合。Bernstein 等[29] 首次研究了垄断企业利用实体商店进行传统销售的同时开通网上商店进行在线销售的供应链问题，分析了在线销售的必要性。Ofek 等[30] 考虑了分销商具有实体商店以及网上商店的多分销渠道供应链退货问题。潘伟等[31] 则对于分销商具有实体商店与网上商店两种销售模式的动态定价问题进行了研究。在他们的模型中，传统销售渠道下的需求被当前的库存量即时满足属于即期市场需求而网上商店的在线需求则属于远期市场需求。

从以上对于双渠道供应链问题的研究文献可以看出，学习效应行为对于此系统运作策略影响的相关文献还不多见。因此本文考虑了学习效应影响下有限计划期内的双分销渠道库存策略问题。电子商务环境下，分销商通过实体商店满足传统销售渠道下的即时需求同时利用网上商店满足在线销售渠道下的远期市场需求，并且两种销售模式共用一个订货渠道来满足顾客的不同需求。与当前相关文献的研究不同，本文考虑了双分销渠道下的销售单价为时变不减线性函数，且系统中各周期的生产或订购固定成本以一定的概率具有学习效应行为。对于此类问题的非变质产品与变质类产品，分别建立了生产存贮的混合整数约束优化模型以及存贮问题的无约束混合整数优化模型。对于这两类模型，我们分析了其最优解的性质，分别证明了最优解存在的唯一性，并给出了最优解的求解方法，最后通过数值算例验证理论结果。

2 符号与假设

用 H 表示计划期的时间长度，n 表示有限计划期内分销商生产订购产品的周期总数。其他相关符号如下：

D_1：在线销售渠道下顾客的需求率。

D_2：传统销售渠道下顾客的需求率，这里两种销售渠道下的需求率为固定常数。

K：分销商的生产速率，为固定常数。

$I(t)$：分销商在 t 时刻的库存量，$i=1,2,\cdots,n$。

$S_i^f(t)$:第 i 周期从开始时刻到 t 时刻在线销售的销售总量,$i=1,2,\cdots,n$。

$S_i^s(t)$:第 i 周期从开始时刻到 t 时刻传统销售的销售总量,$i=1,2,\cdots,n$。

θ: 产品的变质率,$0<\theta<1$。

$p_1(t)$: 在线销售渠道下单位产品的销售价格。

$p_2(t)$:传统销售渠道下单位产品的销售价格,这里两种销售渠道下的销售单价为时间 t 的不减线性函数,即对于 $a_j, b_j \geq 0 (j=1,2)$,$p_j(t)=a_j+b_j t$。

c_1:单位产品的生产订购成本。

c_2:单位产品的存贮成本。

c_3:单位产品的变质成本。

A_i:第 i 周期生产订购的固定启动成本,$A_1 \geq A_2 \geq \cdots \geq A_n$。

φ:分销商生产订购固定成本的学习率。它表明了固定成本以什么样的速度减少。Hung 等[9]与 Replogle[33]指出大多数实践行业中学习率的取值范围应该为[0.70,0.95]。

b:分销商生产订购固定成本对应的学习因子。Wright[1]将学习因子定义为:$b=\frac{\ln\varphi}{\ln 2}$,当 $0.7 \leq \varphi \leq 0.95$ 时,$-0.5 \leq b \leq -0.074$。

在以上符号的基础上,本文所考虑的问题基于以下假设条件:

假设 1. 分销商的生产率大于两种销售方式下的顾客需求率,即有 $K > D_1 + D_2$,并且最初周期与最终周期分销商的库存量为零,交货时间为零。

假设 2. 两种销售渠道下的销售方式为供应链联合库存下的销售方式,即每个周期内,传统销售渠道下的销售单价为周期最初时刻的所定的价格;在线销售渠道下的销售单价为在线需求未满足之前首次收到订单时所定下的价格。

假设 3. 在传统销售渠道下,顾客的订单需求被即时满足;在线销售渠道下,顾客的订单需求累积到一定量时在某一时刻会被满足。因此在模型 1 中,假设顾客在每个周期开始到生产结束时刻的订单在生产结束的时刻被满足,此后的订单将在周期结束时刻被满足。而在模型 2 中,假设顾客每个周期的订单需求在周期结束时刻被满足。

假设 4. 第 i 周期在线销售的产品在交付前可以取消订单,其订单取消率独立于订购量。由于顾客发出订单的时刻越接近订单被满足的时刻,顾客取消订单的可能性越小,因此潘伟等[31]假设顾客的订单取消率与首次收到在线订单到此顾客发出订单这段时间的长度成反比。这里我们仍采用了这一假设,并且在线销售渠道下顾客在订单被满足之前可以取消订单,但这需要付出一定的惩罚代价,因此若顾客越接近订单被满足的时刻而取消订单时,其取消订单的惩罚则应越大。

假设 5. 各周期的固定成本为一随机变量,以概率 r 不具有学习效应现象,而以概率 $1-r$ 具有学习学习效应现象。当生产订购固定成本不具有学习效应现象时,每个周期的生产固定成本相等,即 $A_i = A_1, i=1,2,\cdots,n$;当具有学习效应现象时,随着生产订购次数的增加,生产订购固定成本存在着一定的函数关系,Cheng[32] 给出了如下的函数表达式来描述这一行为:$A_i = A_1 i^b, i=1,2,\cdots,n$。

3　数学模型的建立与分析

3.1　非变质产品的双渠道供应链模型

本节考虑的问题可描述如下:有限计划期内,供应链中某分销商同时具有传统销售与在线销售两种销售模式。每个周期初分销商开始接受在线需求的订单要求,同时分销商开始生产产品,这里的产品为非变质产品,即在生产与存贮过程中不发生损耗。生产的产品被用来即时满足传统销售渠道下的顾客需求。当分销商停止生产时,这段时间内的在线订单在这一时刻被满足。剩余的库存被即时满足后面的传统销售的需求,同时从停止生产这一时刻开始到周期结束接受的在线订单需求在周期末被满足。由于在线累积的需求到两个固定时刻被满足,因此在订单未被满足之前顾客可以取消订单。另外,分销商启动生产订购的固定成本以一定的概率受学习效应的影响。为了满足这两种销售渠道下的顾客需求,该分销商应该如何确定生产次数以及生产时间从而使得整个计划期内的总利润最大。

基于以上阐述,用 s_i 和 $t_i (i=1,2,\cdots,n)$ 分别表示第 i 周期,分销商开始生产与停止生产的时刻,这里 $s_1=0, s_{n+1}=H$。结合假设 4,在 $t(t\in(s_i,t_i])$ 时刻订单取消率用 $\beta_i^1(t)=\frac{\eta}{t-s_i}, \eta\in(0,1]$ 表示;在 $t(t\in(t_i,s_{i+1}])$ 时刻订单取消率用 $\beta_i^2(t)=\frac{\eta}{t-t_i}, \eta\in(0,1]$ 表示。因此,在第 i 周期从 s_i 到 t_i 时刻,引起在线销售量变化的原因主要有两个:一是顾客的需求;另外就是顾客取消订单需求。用如下方程表示了这一变化过程:

$$\frac{dS_i^f(t)}{dt}=D_1-\beta_i^1(t)S_i^f(t), s_i \leq t \leq t_i \tag{1}$$

在线销售渠道下，第 i 周期初没有销售产品，此时应有 $S_i^f(s_i)=0$。解上述方程得：$S_i^f(t)=\dfrac{D_1(t-s_i)}{\eta+1}$。因此第 i 周期在线销售的总量为：$S_i^f(t_i)=\dfrac{D_1(t_i-s_i)}{\eta+1}$。从 t_i 时刻开始接受新的订单，且 t_i 到 s_{i+1} 这段时间累积的订单会在 s_{i+1} 时刻被满足，类似可得从 t_i 到 s_{i+1} 时刻的在线销售总量为 $S_i^f(s_{i+1})=\dfrac{D_1(s_{i+1}-t_i)}{\eta+1}$。根据假设 2，我们可得第 i 周期在线销售收入为：

$$SP_i^1=p_1(s_i)S_i^f(t_i)+p_1(t_i)S_i^f(s_{i+1})=(a_1+b_1s_i)\frac{D_1(t_i-s_i)}{\eta+1}+(a_1+b_1t_i)\frac{D_1(s_{i+1}-t_i)}{\eta+1}$$

在现实生活中，在线销售渠道下顾客在订单被满足之前可以取消订单，但这需要付出一定的代价。因此，对于分销商来讲，另一部分收入就是顾客取消在线订单所付出的惩罚费用。结合假设 4，不妨用 $b_i^1(t)=\dfrac{t-s_i}{t_i-s_i}p_1(s_i)$ 表示第 i 周期 $(s_i,t_i]$ 内 t 时刻取消订单的惩罚单价，$b_i^2(t)=\dfrac{t-t_i}{s_{i+1}-t_i}p_1(t_i)$ 则表示第 i 周期 $(t_i,s_{i+1}]$ 内 t 时刻取消订单的惩罚单价，则第 i 周期的订单取消惩罚收入可表示如下：

$$SP_i^2=\int_{s_i}^{t_i}b_i^1(t)\beta_i^1(t)s_i^f(t)dt+\int_{t_i}^{s_{i+1}}b_i^2(t)\beta_i^2(t)s_i^f(t)dt=\frac{D_1\eta p_1(s_i)}{2(\eta+1)}(t_i-s_i)+\frac{D_1\eta p_1(t_i)}{2(\eta+1)}(s_{i+1}-t_i)$$

第 i 周期，传统销售渠道下的顾客需求引起了其销售量的变化，用如下方程表示这一过程：

$$\frac{dS_i^s(t)}{dt}=D_2,s_i\leq t\leq s_{i+1} \tag{2}$$

利用边界条件 $S_i^s(s_i)=0$，解方程得：$S_i^s(t)=D_2(t-s_i)$。从而第 i 周期传统销售的总量为：$S_i^s(s_{i+1})=D_2(s_{i+1}-s_i)$，进一步可得此时的销售收入为：

$$SP_i^3=p_2(s_i)S_i^s(s_{i+1})=(a_2+b_2s_i)D_2(s_{i+1}-s_i)。$$

分销商在第 i 周期的库存变化可描述如下：在 s_i 时刻分销商开始生产，此时生产的同时满足传统销售渠道下的顾客的需求，在 t_i 时刻制造商库存量达到最大时停止生产。从 s_i 到 t_i 这段时间内的在线需求量在 t_i 时刻被满足后，分销商剩余的库存用来满足这一周期剩下一段时间内两种销售渠道下的顾客需求。其库存变化图可用如下图形表示：

据此可以知道在制造过程中 $t(s_i\leqslant t\leqslant t_i)$ 时刻分销商的库存变化可用如下方程表示：

$$\frac{dI(t)}{dt}=K-D_2,s_i\leqslant t\leqslant t_i \tag{3}$$

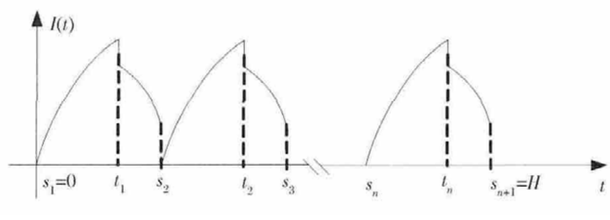

图 1　分销商的生产—存贮变化曲线

边界条件为 $I(s_i)=0$。解方程得 $I(t)=(K-D_2)(t-s_i)$。因此，$[s_i,t_i)$ 这段时间的库存总量用 I_i^1 可表示为：

$$I_i^1=\int_{s_i}^{t_i}I(t)dt=(K-D_2)\frac{1}{2}(t_i-s_i)^2$$

第 i 周期 $(t_i,s_{i+1}]$ 这段时间内库存变化的原因是传统销售渠道下顾客的需求。其变化可用如下方程表示：

$$\frac{dI(t)}{dt}=-D_2,t_i\leq t\leq s_{i+1} \tag{4}$$

边界条件为 $I(s_{i+1})=S_i^f(s_{i+1})$。解方程得：

$$I(t)=\frac{D_1(s_{i+1}-t_i)}{\eta+1}+D_2(s_{i+1}-t)$$

此时第 i 周期 $(t_i,s_{i+1}]$ 这段时间内，分销商的库存总量用 I_i^2 表示为

$$I_i^2=\int_{t_i}^{s_{i+1}}I(t)dt=(\frac{D_1}{\eta+1}+\frac{1}{2}D_2)(s_{i+1}-t_i)^2$$

用 RI_i 表示第 i 周期的库存成本，则由 I_i^1 与 I_i^2 的函数表达式可得：

$$RI_i=c_2(I_i^1+I_i^2)=c_2[(K-D_2)\frac{1}{2}(t_i-s_i)^2+(\frac{1}{2}D_2+\frac{D_1}{\eta+1})(s_{i+1}-t_i)^2]$$

另外，生产订购成本是由可变成本以及固定成本构成。由于每个周期的固定成本为一随机变量，因此我们只能计算其期望值。由假设 5，第 i 周期的期望固定成本值可表示为 $A_1r+(1-r)A_1i^b$。而第 i 周期内分销商的生产量为 $K(t_i-s_i)$。因此第 i 周期内产品的生产成本用 CQ_i 表示为：

$$CQ_i=A_1r+(1-r)A_1i^b+\sum_{i=1}^{n}c_1K(t_i-s_i)$$

由于在第 i 周期 t_i 时刻分销商库存量达到最大时停止生产，同时在此时刻即时满足 $[s_i,t_i)$ 这一段时间内的在线需求量。剩余的库存量则用来满足 $[t_i,s_{i+1}]$ 时间内两种分销销售渠道下的顾客需求。利用方程(1)、(3)与(4)的解，我们可得如下等式：

$$K(t_i-s_i)=(\frac{D_1}{\eta+1}+D_2)(s_{i+1}-s_i) \tag{5}$$

基于以上分析,我们可以建立以整个周期内的期望总利润最大为目标的约束优化模型。

$$\max ETP_1 = \sum_{i=1}^{n}(SP_i^1 + SP_i^2 + SP_i^3 - RI_i - CQ_i)$$

$s.t$ (5)式成立

$s_1 = 0, s_{n+1} = H, s_i < t_i < s_{i+1}, i = 1,2,\cdots,n$

对于上述模型,我们需要求解最优生产次数 n 与最优的 s_i, t_i 使期望总利润 ETP_1 最大。由于模型为混合整数约束优化问题,因此对于给定的 n,为求得 ETP_1 的最大值,我们建立如下的拉格朗日函数 $L(n,s_i,t_i,\lambda_i)$,这里,

$$L(n,s_i,t_i,\lambda_i) = ETP_1 + \sum_{i=1}^{n}\lambda_i[K(t_i - s_i) - (D_2 + \frac{D_1}{\eta+1})(s_{i+1} - s_i)]$$

对于 $L(n,s_i,t_i,\lambda_i)$,简记为 L,分别关于 λ_i, t_i, s_i 求导并令其等于零,进一步化简有如下等式:

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = K(t_i - s_i) - (\frac{D_1}{\eta+1} + D_2)(s_{i+1} - s_i) = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial t_i} = b_1\frac{\eta+2}{2(\eta+1)}D_1[(s_{i+1} - t_i) - (t_i - s_i)] + (\lambda_i - c_1)K - c_2[(K - D_2)(t_i - s_i) - (\frac{2D_1}{\eta+1} + D_2)(s_{i+1} - t_i)] = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial s_i} = b_1\frac{\eta+2}{2(\eta+1)}D_1[(t_i - s_i) - (s_i - t_{i-1})] + b_2D_2[(s_{i+1} - s_i) - (s_i - s_{i-1})] - (\lambda_i - c_1)K + c_2[(K - D_2)(t_i - s_i) - (\frac{2D_1}{\eta+1} + D_2)(s_i - t_{i-1})] + (\lambda_i - \lambda_{i-1})(\frac{D_1}{\eta+1} + D_2) = 0$$

联合 $\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = 0$ 与 $\frac{\partial L}{\partial t_i} = 0$ 并化简 $\frac{\partial L}{\partial s_i} = 0$,可得如下等式:

$$b_1\frac{\eta+2}{2(\eta+1)}D_1[(s_{i+1} - t_i) - (s_i - t_{i-1})] + b_2D_2[(s_{i+1} - s_i) - (s_i - s_{i-1})] + c_2(\frac{2D_1}{\eta+1} + D_2)[(s_{i+1} - t_i) - (s_i - t_{i-1})] + b_1\frac{\eta+2}{2(\eta+1)}D_1\frac{1}{K}(\frac{D_1}{\eta+1} + D_2)[(t_i - s_i) - (t_{i-1} - s_{i-1}) + (t_i - s_{i+1}) - (t_{i-1} - s_i)] + \frac{c_2}{K}(\frac{D_1}{\eta+1} + D_2)\{(K - D_2)[(t_i - s_i) - (t_{i-1} - s_{i-1})] - (\frac{2D_1}{\eta+1} + D_2)[(s_{i+1} - t_i) - (s_i - t_{i-1})]\} = 0 \quad (6)$$

求解(6)式,我们可得如下结论。

定理 1. 对于给定的生产次数 n,在有限期 H 内从第 1 周期到第 n 周期的时间长度、生产时间长度分别相等,即对于 $i = 1,2,\cdots,n$,有 $s_{i+1} - s_i = \frac{H}{n}$ 与 $t_i - s_i = \alpha\frac{H}{n}$ 成立,这里 $\alpha = \frac{D_1 + (\eta+1)D_2}{(\eta+1)K}$。

证明:考虑二元函数

$$f(x,y) = b_1\frac{\eta+2}{2(\eta+1)}D_1x + b_2D_2(x+y) + c_2(\frac{2D_1}{\eta+1} + D_2)x + b_1\frac{\eta+2}{2(\eta+1)}D_1\frac{1}{K}(\frac{D_1}{\eta+1} + D_2)y + \frac{c_2}{K}(\frac{D_1}{\eta+1} + D_2)[(K - D_2)y - (\frac{2D_1}{\eta+1} + D_2)x]$$

我们有如下结论:对于任意的 (x_1,y_1) 与 (x_2,y_2) 若使得 $f(x_1,y_1) - f(x_2,y_2) = 0$,则一定有 $x_1 = x_2, y_1 = y_2$。若否,则存在一对 (x_1,y_1) 与 (x_2,y_2) 使得 $f(x_1,y_1) - f(x_2,y_2) = 0$,此时有 $x_1 \neq x_2, y_1 \neq y_2$。不妨设 $x_1 < x_2, y_1 < y_2$,对于 $f(x,y)$ 分别关于 x 和 y 一阶偏导数得:$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = [b_1\frac{\eta+2}{2(\eta+1)}D_1 + c_2(\frac{2D_1}{\eta+1} + D_2)][1 - \frac{1}{K}(\frac{D_1}{\eta+1} + D_2)] + b_2D_2 > 0$

$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = [b_1\frac{\eta+2}{2(\eta+1)}D_1 + c_2(K - D_2)]\frac{1}{K}(\frac{D_1}{\eta+1} + D_2) + b_2D_2 > 0$ 这表明 $f(x,y)$ 是关于 x 与 y 的严格单调增函数。因此有 $f(x_1,y_1) < f(x_2,y_1) < f(x_2,y_2)$,矛盾 结合(6),可知对于 $i = 2,\cdots,n$ 一定存在唯一的 t_i 与 s_i,有 $t_i - s_i = t_{i-1} - s_{i-1}$ 且 $s_{i+1} - t_i = s_i - t_{i-1}$。又因为 $(t_i - s_i) + (s_{i+1} - t_i) = s_{i+1} - s_i$,因此有 $s_{i+1} - s_i = s_i - s_{i-1}$,进一步得 $s_{i+1} - s_i = \frac{H}{n}$。再由公式 $\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = 0$,可得 $t_i - s_i = \alpha\frac{H}{n}$。

由定理 1 可得如下等式:

$$\sum_{i=1}^{n}s_i = \frac{H}{n} + 2\frac{H}{n} + \cdots + (n-1)\frac{H}{n} = \frac{(n-1)}{2}H \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^{n}t_i = \alpha\frac{H}{n} + 2\alpha\frac{H}{n} + \cdots + n\alpha\frac{H}{n} = \frac{(n+1)}{2}\alpha H \quad (8)$$

Cheng[32] 还给出了具有学习效应行为的固定成本求和近似公式

$$\sum_{i=1}^{n}A_i = \sum_{i=1}^{n}A_1\cdot i^b \approx \int_0^n A_1\cdot i^b di = \frac{A_1}{b+1}n^{b+1} \quad (9)$$

结合 (7)-(9)式,我们将 ETP_1 化简如下:

$$ETP_1 = a_1\frac{(\eta+2)D_1H}{2(\eta+1)} + b_1\frac{(\eta+2)(2+\alpha)D_1H^2}{4(\eta+1)}$$

$$-b_1\frac{(\eta+2)D_1\alpha H^2 n^{-1}}{4(\eta+1)}+a_2D_2H+\frac{1}{2}b_2D_2H^2(1-n^{-1})-nA_1r-(1-r)\frac{A_1}{b+1}n^{b+1}-c_2\Big[(K-D_2)\frac{1}{2}\alpha^2H^2+\left(\frac{D_1}{\eta+1}+\frac{1}{2}D_2\right)(1-\alpha)^2H^2\Big]n^{-1}-c_1K\alpha H$$

显然，上述 ETP_1 是关于自变量 n 的函数。为说明 ETP_1 最大值的存在性，我们接下来证明下面的结论。

定理 2. 对于所考虑的问题，存在唯一的最优生产订购次数 n_1^* 使得期望利润函数 ETP_1 达到最大。

证明：显然若能证明 ETP_1 是关于 n 的凹函数则此定理成立。由于 n 为整数，因此先忽略掉其整数限制，将生产次数 n 松弛为一连续变量，然后对 ETP_1 关于 n 求一阶偏导数得：

$$\frac{\partial ETP_1}{\partial n}=b_1\frac{(\eta+2)D_1\alpha^2H^2n^{-2}}{4(\eta+1)}+\frac{1}{2}b_2D_2H^2n^{-2}-A_1r-A_1n^b+c_2\Big[(K-D_2)\frac{1}{2}\alpha^2H^2+\Big(\frac{D_1}{\eta+1}+\frac{1}{2}D_2\Big)(1-\alpha)^2H^2\Big]n^{-2}=0$$

利用 $\frac{\partial ETP_1}{\partial n}=0$，我们求解并化简$\frac{\partial^2 ETP_1}{\partial n^2}$ 得：

$$\frac{\partial^2 ETP_1}{\partial n^2}=-(1+\frac{b}{2})\frac{b_1(\eta+2)D_1\alpha^2H^2n^{-3}}{2(\eta+1)}-(1+\frac{b}{2})b_2D_2H^2n^{-3}+bA_1rn^{-1}-(2+b)c_2\Big[(K-D_2)\frac{1}{2}\alpha^2H^2+\left(\frac{D_1}{\eta+1}+\frac{1}{2}D_2\right)(1-\alpha)^2H^2\Big]n^{-3}<0$$

这是因为 $-0.5\leqslant b\leqslant -0.074, b_1, b_2\geqslant 0$。从而可以知道期望利润函数 ETP_1 是关于 n 的凹函数。

3.2 易变质产品的双渠道供应链模型

本节考虑的问题可描述如下：有限计划期 H 内，供应链中某分销商同时具有传统销售与在线销售两种销售模式。第 i 周期初 $t_i(i=1,2,\cdots,n)$ 时刻分销商将订购的产品存贮在仓库中，存贮过程中产品容易发生变质。存贮的产品被用来即时满足传统销售渠道下的需求，而且 t_i 时刻起分销商开始接受在线销售的订单，累积的在线订单在 t_{i+1} 时刻被分销商剩余的库存满足，其库存变化图如图 2 所示。在线销售渠道下，在订单被满足之前顾客可以取消订单。另外，分销商订购产品的固定成本以一定的概率具有学习效应行为。为了满足这两种销售渠道下的顾客需求，该分销商应该如何确定订购次数以及订购时间从而使得整个计划期内的总利润最大。

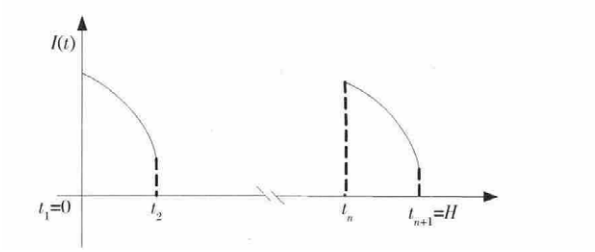

图 2 分销商的库存变化曲线

根据上述问题描述，类似非变质产品模型的分析，可得变质类产品模型在第 i 周期的在线销售总量及销售收入分别为：

$$S_i^f(t_{i+1})=\frac{D_1(t_{i+1}-t_i)}{\eta+1}$$

$$SP_i^1=p_1(t_i)\frac{D_1(t_{i+1}-t_i)}{\eta+1}$$

其订单取消惩罚收入则为

$$SP_i^2=p_1(t_i)\frac{D_1\eta}{2(\eta+1)}(t_{i+1}-t_i)$$

而第 i 周期传统销售的销售收入为：

$$SP_i^3=p_2(t_i)D_2(t_{i+1}-t_i)$$

因此，可得第 i 周期的总收入为

$$SP_i^1+SP_i^2+SP_i^3=(a_1+b_1t_i)\frac{D_1(\eta+2)(t_{i+1}-t_i)}{2(\eta+1)}+(a_2+b_2t_i)D_2(t_{i+1}-t_i)$$

分销商在第 i 周期内库存变化的原因是传统销售渠道下顾客的需求以及产品的变质损耗。其变化过程可用如下方程表示：

$$\frac{dI(t)}{dt}=-D_2-\theta I(t), t_i\leqslant t\leqslant t_{i+1}$$

边界条件为 $I(t_{i+1})=S_i^f(t_{i+1})$。解方程得：

$$I(t)=\Big[\frac{D_1(t_{i+1}-t_i)}{\eta+1}+\frac{D_2}{\theta}\Big]e^{\theta(t_{i+1}-t)}-\frac{D_2}{\theta}$$

据此可知第 i 周期的订购成本为

$$CQ_i=\sum_{i=1}^{n}c_1\left\{\Big[\frac{D_2}{\theta}+\frac{D_1(t_{i+1}-t_i)}{\eta+1}\Big]e^{\theta(t_{i+1}-t_i)}-\frac{D_2}{\theta}\right\}+\sum_{i=1}^{n}[A_1r+(1-r)A_1i^b]$$

另外，第 i 周期内分销商的库存存储成本与产品变质成本之和为 $RI_i=(c_2+\theta c_3)I_i^3$，这里

$$I_i^3=\int_{t_i}^{t_{i+1}}I(t)dt=\Big[\frac{D_2}{\theta^2}+\frac{D_1(t_{i+1}-t_i)}{(\eta+1)\theta}\Big]\Big[e^{\theta(t_{i+1}-t_i)}-1\Big]-\frac{D_2}{\theta}(t_{i+1}-t_i)$$

基于以上分析，我们可以建立以整个计划期内以期望总利润最大为目标的优化模型

$$\max ETP_2=\sum_{i=1}^{n}(SP_i^1+SP_i^2+SP_i^3-RI_i-CQ_i)$$

$s.t \quad t_1=0, t_{n+1}=H, t_i<t_{i+1}, i=1,2,\cdots,n$

对于上述模型，我们求解最优生产次数与最优的订购时刻使期望总成本 ETP_2 最大，只需对于给定的 $i=2,3,\cdots,n$，有：

$$\frac{\partial ETP_2}{\partial t_i}=\left[b_1\frac{\eta+2}{2(\eta+1)}D_1+b_2D_2\right][(t_{i+1}-t_i)-(t_i-t_{i-1})]+(c_1+\frac{c_2}{\theta}+c_3)\{\frac{D_1}{\eta+1}[e^{\theta(t_{i+1}-t_i)}-e^{\theta(t_i-t_{i-1})}]+\left[\frac{D_1\theta}{\eta+1}(t_{i+1}-t_i)+D_2\right]e^{\theta(t_{i+1}-t_i)}-\left[\frac{D_1\theta}{\eta+1}(t_i-t_{i-1})+D_2\right]e^{\theta(t_i-t_{i-1})}=0$$

考虑函数

$$f(x)=[b_1\frac{\eta+2}{2(\eta+1)}D_1+b_2D_2]x+(c_1+\frac{c_2}{\theta}+c_3)\left[\frac{D_1}{\eta+1}e^{\theta x}+(\frac{D_1\theta x}{\eta+1}+D_2)e^{\theta x}\right]$$

容易验证 $f(x)$ 在 $x>0$ 时为严格单调递增函数，进一步可知上述等式 $\frac{\partial ETP_2}{\partial t_i}=0$ 有且仅有唯一解，即 $t_{i+1}-t_i=t_i-t_{i-1}$。因此，我们有如下结论。

定理 3. 对于给定的订购次数 n，在有限期 H 内从第 1 周期到第 n 周期的时间长度分别相等，即对于 $i=1,2,\cdots,n$，有 $t_{i+1}-t_i=\frac{H}{n}$。

由定理 3，可以得到变质类产品模型的订购时刻满足如下等式：

$$\sum_{i=1}^{n}t_i=\frac{H}{n}+2\frac{H}{n}+\cdots+(n-1)\frac{H}{n}=\frac{(n-1)}{2}H \tag{10}$$

将(9)与(10)代入 ETP_2 表达式，有：

$$ETP_2=a_1\frac{D_1(\eta+2)}{2(\eta+1)}H+a_2D_2H+\left[b_1\frac{D_1(\eta+2)H^2}{4(\eta+1)}+\frac{1}{2}b_2D_2H^2\right](1-n^{-1})-nA_1r-(1-r)\frac{A_1}{b+1}n^{b+1}-n\left(c_1+\frac{c_2}{\theta}+c_3\right)[(\frac{D_1}{\eta+1}\frac{H}{n}+\frac{D_2}{\theta})e^{\frac{\theta H}{n}}-\frac{D_2}{\theta}]+\left(\frac{c_2}{\theta}+c_3\right)\left(\frac{D_1}{\eta+1}+D_2\right)H$$

为求得最优订购次数，我们先来证明如下结论。

定理 4. 对于我们所考虑的问题，存在最优订购次数 n_2^* 使得期望利润函数 ETP_2 达到最大。

证明：类似定理 2 的证明，先忽略掉 n 的整数限制将其松弛为连续变量，然后对 ETP_2 关于 n 求一阶偏导数得：

$$\frac{\partial ETP_2}{\partial n}=[b_1\frac{D_1(\eta+2)H^2}{4(\eta+1)}+\frac{1}{2}b_2D_2H^2]n^{-2}-A_1r-(1-r)A_1n^b+(c_1+\frac{c_2}{\theta}+c_3)[(\frac{D_1\theta H^2n^{-2}}{\eta+1}+D_2Hn^{-1})e^{\frac{\theta H}{n}}-\frac{D_2}{\theta}(e^{\frac{\theta H}{n}}-1)]=0$$

要证明 ETP_2 存在最大值，只需验证 $\frac{\partial^2 ETP_2}{\partial n^2}<0$。首先利用 $\frac{\partial ETP_2}{\partial n}=0$，我们化简 $\frac{\partial^2 ETP_2}{\partial n^2}$ 得

$$\frac{\partial^2 ETP_2}{\partial n^2}=-(1+\frac{b}{2})[b_1\frac{D_1(\eta+2)H^2n^{-3}}{2(\eta+1)}+b_2D_2H^2n^{-3}]+A_1r\frac{b}{n}+(c_1+\frac{c_2}{\theta}+c_3)n^{-1}g(x)$$

这里 $x=\frac{H}{n}$，且

$$g(x)=D_1[-(b+2)\frac{\theta x^2e^{\theta x}}{\eta+1}-\frac{\theta^2x^3e^{\theta x}}{\eta+1}]+D_2[\frac{b}{\theta}(e^{\theta x}-1)-bxe^{\theta x}-\theta x^2e^{\theta x}]$$

由于 $-0.5\leq b\leq-0.074$ 以及 $b_1>0, b_2>0$，我们可得 $\frac{\partial^2 ETP}{\partial n^2}<(c_1+\frac{c_2}{\theta}+c_3)n^{-1}g(x)$。不难发现 $g'(x)<0$ 这表明 $g(x)$ 是关于 x 的严格单调递减函数。又 $g(0)=0$，因此，当 $x>0$ 时，$g(x)<g(0)=0$，从而有 $\frac{\partial^2 ETP_2}{\partial n^2}<0$，定理得证！

3.3 模型求解与比较

对于所建立的两个模型，本节我们确定 n 的取值使得 $ETP_m(m=1,2)$ 取得最大。当忽略掉 n 为整数限制时，我们可以从 $\frac{\partial ETP_m}{\partial n}=0$ 解得最优值 $n_m^*(m=1,2)$ 的近似值，然后分别比较此近似值上整数与下整数对应的目标值，最大者对应的即为最优订购次数。另外，我们还可以直接进行如下计算：由于 n 取整数，要使 ETP_m 最大，对应的最优的 n 应满足 $ETP_m(n)\geqslant ETP_m(n-1)$，$ETP_m(n)\geqslant ETP_m(n+1)$。

对于模型 1，由 $ETP_1(n)\geqslant ETP_1(n-1)$ 得：

$$b_1\frac{(\eta+2)D_1\alpha H^2}{4(\eta+1)}+\frac{1}{2}b_2D_2H^2+c_2[(K-D_2)\frac{1}{2}\alpha^2H^2+\left(\frac{D_1}{\eta+1}+\frac{1}{2}D_2\right)(1-\alpha)^2H^2]\geqslant A_1rn(n-1)-(1-r)\frac{A_1}{b+1}[(n-1)^{b+1}-n^{b+1}]n(n-1) \tag{11}$$

由 $ETP_1(n)\geqslant ETP_1(n+1)$ 得：

$$b_1\frac{(\eta+2)D_1\alpha H^2}{4(\eta+1)}+\frac{1}{2}b_2D_2H^2+c_2[(K-D_2)$$

$\frac{1}{2}\alpha^2H^2+(\frac{D_1}{\eta+1}+\frac{1}{2}D_2)(1-\alpha)^2H^2]\leqslant A_1r(n+1)n-(1-r)\frac{A_1}{b+1}[(n+1)^{b+1}-n^{b+1}](n+1)n$ (12)

从而可知模型 1 的最优生产次数即是由不等式(11)与(12)所唯一确定的 n_1^* 的值。

对于模型 2，由 $ETP_2(n)\geqslant ETP_2(n-1)$ 得：

$$b_1\frac{D_1(\eta+2)H^2}{4(\eta+1)}+\frac{1}{2}b_2D_2H^2\geqslant(c_1+\frac{c_2}{\theta}+c_3)n(n-1)\{\frac{D_1}{\eta+1}(e^{\frac{\theta H}{n}}-e^{\frac{\theta H}{n-1}})+\frac{D_2}{\theta}[ne^{\frac{\theta H}{n}}-(n-1)e^{\frac{\theta H}{n-1}}]-\frac{D_2}{\theta}\}+n(n-1)\{A_1r+(1-r)\frac{A_1}{b+1}[n^{b+1}-(n-1)^{b+1}]\} \quad (13)$$

由 $ETP_2(n)\geq ETP_2(n+1)$ 得：

$$b_1\frac{D_1(\eta+2)H^2}{4(\eta+1)}+\frac{1}{2}b_2D_2H^2\leqslant(c_1+\frac{c_2}{\theta}+c_3)(n+1)n\{\frac{D_1}{\eta+1}(e^{\frac{\theta H}{n+1}}-e^{\frac{\theta H}{n}})+\frac{D_2}{\theta}[(n+1)e^{\frac{\theta H}{n+1}}-ne^{\frac{\theta H}{n}}]-\frac{D_2}{\theta}\}+(n+1)n\{A_1r+(1-r)\frac{A_1}{b+1}[(n+1)^{b+1}-n^{b+1}]\} \quad (14)$$

从而由不等式(13)与(14)所唯一确定的 n_2^* 的值即是模型 2 的最优订购次数。

接下来，我们比较上述两类模型在学习效应影响下获得利润值的大小。考虑到 ETP_1 与 ETP_2 函数表达式的复杂程度，我们很难直观的比较其优劣。然而对于给定的生产订购次数我们可以比较两模型期望利润值大小，另外，对于任意订购次数的情形我们将通过数值算例进行分析比较。不妨令

$$n_L=\frac{\alpha-1}{\alpha+1}+\frac{4c_2(\eta+1)}{b_1D_1(1+\alpha)(\eta+2)}[(K-D_2)\frac{1}{2}\alpha^2+(\frac{D_1}{\eta+1}+\frac{1}{2}D_2)(1-\alpha)^2-\frac{D_1}{\eta+1}]$$ 则有如下结论。

定理 5. 对于我们所考虑的问题，给定生产订购次数 n，若 $n\geq n_L$ 则在学习效应影响下非变质产品的期望利润值大于变质类产品的期望利润值即 $ETP_1>ETP_2$。

证明：利用 $e^{\theta x}>1+\theta x$ 以及 $0<\theta<1$ 容易求得 ETP_2 的一个上界值 ETP_2^U，此上界值的表达式为：

$$ETP_2^U=a_1\frac{D_1(\eta+2)}{2(\eta+1)}H+a_2D_2H+[b_1\frac{D_1(\eta+2)H^2}{4(\eta+1)}+\frac{1}{2}b_2D_2H^2]\cdot(1-n^{-1})-nA_1r-(1-r)\frac{A_1}{b+1}n^{b+1}-c_1(\frac{D_1}{\eta+1}+D_2)H-c_2\frac{D_1Hn^{-1}}{\eta+1}$$ 对于给定的生产订购次数 n，利用 $ETP_2^U\geq ETP_1$ 容易知道当 $n\geq n_L$ 时结论成立。

4 数值算例

为了进一步说明学习效应行为对于有限计划内双分销渠道供应链的影响，这里通过如下算例进行分析。

算例 1. 某分销商要对某产品制定计划期 $H=3$ 内的生产计划，相关参数取值如下：$K=120$，$D_1=60$，$D_2=40$，$\eta=0.2$，$A_1=20$，$p_1(t)=36+1.5t$，$p_2(t)=38+2t$，$c_1=2$，$c_2=1$，$r=0.4$，$\varphi=0.75$。问：此分销商在计划期内应如何安排生产应对双销售渠道下的需求使得总的利润最大。

不妨用 $g_1(n)$ 表示(11) 右端项的函数表示式，易知 $g_1(n+1)$ 为(12) 右端项的函数表达式。利用上述的理论分析结论，我们可以求出(11) 式的左端项的值为 880.31。进一步计算出最优生产次数为 $n_1^*=8$，分销商获得的最大利润值为 11097.66。相关计算结果表 1。

算例 2. 某分销商要对某产品制定计划期 $H=3$ 内的订购计划，相关参数取值如下：

$D_1=60$，$D_2=40$，$\eta=0.1$，$A_1=36$，$p_1(t)=46+1.5t$，$p_2(t)=48+2t$，$c_1=2$，$c_2=1$，$c_3=0.5$，$r=0.4$，$\theta=0.06$，$\varphi=0.75$。问：此分销商在计划期内应如何订购产品应对双销售渠道下的需求使得总的利润最大。

不妨用 $g_2(n)$ 表示(13)右端项的函数表示式，利用上述的理论分析结论，我们可以求出 $b_1\frac{D_1(\eta+2)H^2}{4(\eta+1)}+\frac{1}{2}b_2D_2H^2=746.59$，进一步计算出最优生产次数为 $n_2^*=8$，分销商获得的最大期望利润值为 21387.04。相关计算结果表 2。

对于算例 1 与算例 2，我们还分别计算了 r 取不同的值时，学习效应对于期望总利润 $ETP_m(m=1,2)$ 的影响。相关的计算结果见表 3。

从表 3 可以看出系统固定成本不具有学习效应的概率 r 值不断增加时，非变质产品与变质类产品对应模型下的期望利润函数值 ETP_m 逐渐减少并且生产或订购次数呈现递减趋势。这表明系统固定成本受学习效应的影响越大分销商获得的利润值越高。从以上比较，我们可得出，当供应链系统中固定成本具有学习效应现象时，供应链决策者可以通过

增加订购次数来实现系统成本最优,进而提高其运作效率。

算例 3.　此算例用来比较第三节中两类模型的期望利润值大小。相关的参数取值我们采用算例 1 中的数据以及 $\theta=0.06$ 与 $c_3=0.5$。

将相关参数数值代入第三节中两类模型最优订购次数与最有利润值的函数表达式,则可以得到非变质类产品与变质类产品模型的最优订购次数分别为 8 与 11,相应的最优利润值为 11097.66 与 16475.51。另外,记 $\triangle ETP=ETP_2-ETP_1$,则当学习率 φ 取不同值时,两类模型期望利润值的变化趋势见表 4。

从表 4 可以看出,在参数取值相同的情况下,非变质类产品对应模型的最优订购次数与最优期望利润值均小于变质类产品对应的模型。主要原因在于有限计划期内,分销商为了避免产品变质带来的损失而不愿存贮过多产品,因此采用了多订购、少存贮的方式,从而使得了获得了更多的利润。结合定理 5 还可以知道,当两类模型的最优订购次数相等时,分销商经营非变质类产品而获得利润有可能高于变质类产品的。从表 4 还可以看出,随着学习率 φ 取值的增加,两类模型下获得最优订购次数与利润值都在降低,这是因为学习率的取值越大,学习行为对于系统的影响越小,特别地,当 $\varphi\to 1$ 时,学习因子的取值为零,这表明系统中不具有学习行为。因此,分销商应该采取多订购的方式来避免过多的成本付出。

5　结语

在电子商务日益盛行的背景下,具有学习效应行为的双分销渠道供应链的库存优化问题受到了越来越多的供应链管理者的关注。当双分销渠道下的销售单价为时变不减线性函数,各周期生产固定成本则以一定的概率具有学习效应行为时,本文研究了非变质产品的生产存贮问题和易变质产品的存贮问题,以系统期望总利润最大为目标,分别建立了混合整数约束优化模型以及无约束优化模型。通过对这两个模型解的最优性质证明,得出了此问题期望总利润获得最大的条件。给出的数值算例则进一步说明了学习效应对于系统总利润的影响,这为实际的供应链管理者提供了一定的理论依据。本文的研究是学习效应在双分销渠道供应链库存中的一个基础应用,而对于多级供应链系统下双分销渠道库存策略的分析是今后值得研究的方向。

表 1　算例 1 的最优订购次数的确定

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$g_1(n)$	0	36.51	97.42	181.79	288.72	417.57	567.60	739.32	931.56	1144.38
$g_1(n+1)$	36.51	97.42	181.79	288.72	417.57	567.60	739.32	931.56	1144.38	1377.55

表 2　算例 2 的最优订购次数的确定

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$g_2(n)$	-	−871.92	−711.69	−541.65	−339.66	−101.82	172.78	484.27	832.52	1217.32
$g_2(n+1)$	−871.92	−711.69	−541.65	−339.66	−101.82	172.78	484.27	832.52	1217.32	1638.45

表 3　算例 1 与算例 2 的最优期望总利润随概率值 r 的变化情况

r	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0
n_1^*	10	9	8	8	8	7	7
ETP_1	11121.42	11108.23	11097.66	11093.20	11088.74	11081.83	11075.18
n_2^*	11	9	8	8	8	7	7
ETP_2	21431.62	21406.47	21387.04	21379.01	21370.98	21357.98	21345.99

表 4　算例 3 对应的最优期望总利润随学习率 φ 的变化情况

φ	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95
n_1^*	9	8	8	8	7	7
ETP_1	11099.30	11097.66	11094.41	11089.89	11085.49	11080.63
n_2^*	12	11	11	10	10	9
ETP_2	16480.68	16475.51	16468.96	16460.74	16452.38	16442.84
$\triangle ETP$	5381.37	5377.85	5374.55	5370.85	5366.89	5362.21

参考文献:

[1] Wright T. Factors affecting the cost of airplanes[J]. Journal of Aeronautical Sciences, 1936, 3(4): 122－128.

[2] Keachie E C, Fontana R J. Effects of learning on optimal lot size[J]. Management Science, 1966, 13(2): 102－108.

[3] Steedman I. Some improvement curve theory[J]. International Journal of production Research, 1970, 8(3): 189－206.

[4] Jaber M Y, Bonney M. Optimal lot sizing under learning considerations: The bounded learning case[J]. Applied Mathematical Modeling, 1996, 20(10): 750－755.

[5] 周永务. 考虑人类学习现象的最优生产批量模型的进一步扩展[J]. 系统工程与电子技术, 1998, 20(3): 36－38.

[6] Jaber M Y, Guiffrida A L. Learning curves for processes generating defects requiring reworks[J]. European Journal of Operational Research, 2004, 159(3): 663－672.

[7] 沈铁松, 熊中楷. 基于新产品的供应链最优生产策略[J]. 中国管理科学, 2004, 12(2): 55－59.

[8] Pan J C H, Lo M C. The learning effect on setup cost reduction for mixture inventory models with variable lead time[J]. Asia-Pacific Journal of OperationalResearch, 2008, 25(4): 513－529.

[9] Hung T W, Chen Pingting. On the optimal replenishment in a finite planning horizon with learning effect of setup costs[J]. Journal of Industrial and Management Optimization, 2010, 6(2): 425－433.

[10] Tsai D M. An optimal production and shipment policy for a single-vendor single-buyer integrated system with both learning effect and deteriorating items[J]. International Journal of Production Research, 2011, 49(3): 903－922.

[11] 徐健腾, 柏庆国, 张玉忠. 带学习效应的二级易变质产品供应链的最优策略研究[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(5): 1167－1174.

[12] Mukhopadhyay S K, Yao Dongqing, Yue Xiaohang. Information sharing of value-adding retailer in a mixed channel hi-tech supply chain[J]. Journal of Business Research, 2008, 61(9): 950－958.

[13] Dumrongsiri A, Fan Ming, Jain A, et al. A supply chain model with direct and retailer channels[J]. European Journal of Operational Research, 2008, 187(3): 691－718.

[14] 许明辉, 于刚, 张汉勤. 具备提供服务的供应链博弈分析[J]. 管理科学学报, 2006, 9(2): 18－27.

[15] 肖剑, 但斌, 张旭梅. 双渠道供应链中制造商和零售商的服务合作定价策略[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(12): 2203－2211.

[16] 陈树桢, 熊中楷, 李根道, 等. 考虑创新补偿的双渠道供应链协调机制研究[J]. 管理工程学报, 2011, 25(2): 45－52.

[17] 周筠, 赵晓波. 两种销售渠道间的库存分配问题[J]. 工业工程管理, 2010, 15(3): 26－44.

[18] 胥莉, 陈宏民. 具有网络外部特征的企业定价策略研究[J]. 管理科学学报, 2006, 9(6): 23－30.

[19] 陈云, 王浣尘, 沈惠璋. 电子商务零售商与传统零售商的价格竞争研究[J]. 系统工程理论与实践, 2006, 26(1): 35－41.

[20] 熊中楷, 李根道, 唐彦昌, 等. 网络环境下动态定价的渠道协调问题研究[J]. 管理工程学报, 2007, 21(3): 49－55

[21] 郭亚军, 赵礼强. 基于电子市场的双渠道冲突与协调[J]. 系统工程理论与实践, 2008, 28(9): 59－66.

[22] 王小龙, 刘丽文. 竞争型双渠道供应链协调问题研究[J]. 系统工程学报, 2009, 24(4): 430－437.

[23] 盛昭瀚, 徐峰. 地区差异化背景下制造商双渠道定价策略研究[J]. 管理科学学报, 2010, 13(6): 1－10.

[24] 许传永, 苟清龙, 周垂日, 等. 两层双渠道供应链的定价问题[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(10): 1741－1752.

[25] 王虹, 周晶. 不同价格模式下的双渠道供应链决策研究[J]. 中国管理科学, 2009, 17(6): 84－90.

[26] Yue Xiaohang, Liu J. Demand forecast sharing in a dual-channel supply chain[J]. European Journal of Operational Research, 2006, 174(1): 646－667.

[27] Mukhopadhyay S, Zhu Xiaowei, Yue Xiaohang. Optimal contract design for mixed channels under information asymmetry[J]. Production and Operations Management, 2008, 17(6): 641－650.

[28] Hua Guowei, Wang Shouyang, Cheng T C E. Price and lead time decisions in dual-channel supply chains[J]. European Journal of Operational Research, 2010, 205(1): 113－126.

[29] Bernstein F, Song Jingsheng, Zheng Xiaona. "Bricks-and-mortar" vs. "clicks-and-mortar": An equilibrium analysis [J]. European Journal of Operational Research, 2008, 187(3): 671－690.

[30] Ofek E, Katona Z, Sarvary M. "Bricks and clicks": The impact of product returns on the strategies of multichannel retailers [J]. Marketing Science, 2011, 30(1): 42－60.

[31] 潘伟, 汪寿阳, 华国伟, 等. 实体店及其网上商店产品的动态定价及订货策略[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(2): 236－242.

[32] Cheng T C E. An EOQ model with learning effect on setups[J]. Production and Inventory Management Journal,1991,32(1):83－84.

[33] Replogle S H. The strategic use of smaller lot sizes through a new EOQ model[J]. Production and Inventory Management Journal,1988,29(3):41－44.

Study of Inventory Policy in a Dual-channel Supply Chain with Learning Effects

BAI Qing-guo, XU Xian-hao

(School of Management,Huazhong University of Science and Technology,Wuhan 430074,China)

Abstract: The optimal inventory policy for a dual-channel supply chain problem with learning effects is considered in this paper. Distributor satisfies the downstream customer's demands of both traditional channel and internet channel in a finite planning horizon. The sell price of each channel is assumed to be a non-decreasing linear function of time. When learning effect of fixed set-up cost is incorporated into a supply chain system with a constant probability,a mixed-integer constraint optimization model for non-perishable items and a unconstrained optimization model for perishable items are established. The objectives of two models are maximizing the total profits. By analyzing the optimal properties for each model, it is proved that the optimal inventory policy is unique by using the technique of relaxing the number of replenishments to continuous variable. In addition,the solving method of the optimal inventory policy for each model is proposed and both of these models are compared. Finally,some numerical examples are provided to illustrate above theoretical models and the numerical results also show that more profit can be obtained when learning effect is incorporated into the supply chain system.

Key words: supply chain; learning effect; dual channel; optimal policy