第20卷 第5期
2011年10月
运 筹 与 管 理
OPERATIONS RESEARCH AND MANAGEMENT SCIENCE
Vol. 20, No. 5
Oct. 2011

二层供应链网络均衡模型的研究

姚锋敏， 滕春贤， 陈兆波， 周艳山， 魏 玲

（哈尔滨理工大学 系统工程研究所，黑龙江 哈尔滨 150080）

摘 要：利用均衡理论和二层规划理论来研究供应链网络均衡问题。针对供应链网络中上下层成员之间具有的Stackelberg博弈特征以及同层成员之间具有的非合作博弈特征，构建了二层供应链网络的均衡模型，该模型实际上一个均衡约束的二层规划问题。此外，为了使得供应链网络在整体上实现最优，本文还在模型中引入回收契约以协调供应链网络。最后，利用罚函数法对模型进行了求解，算例分析说明了模型的合理性和有效性。

关键词：运筹学；均衡模型；二层规划；变分不等式；供应链网络

中图分类号：F224.32；C931.1　　**文章标识码**：A　　**文章编号**：1007-3221(2011)05-0008-06

A Bilevel Supply Chain Network Equilibrium Model

YAO Feng-min, TENG Chun-xian, CHEN Zhao-bo, ZHOU Yan-shan, WE ling

(*Institute of System Engineering*, *Harbin University of Science and Technology*, *Harbin* 150080, *China*)

Abstract: The supply chain network equilibrium model is researched by using the theories of equilibrium and bilevel programming in this paper. According to the characteristic of Stackelberg Game in the upper and lower level as well as the Non-cooperative Game in the same level of supply chain network, a bilevel supply chain network equilibrium model is constructed, which actually is a bilevel programming with equilibrium constraints problem. In addition, in order to realize the optimization of supply chain network on the whole, the buy back contract is introduced to coordinate the supply chain network. Finally, the method of penalty function is used to solve the model, and the rationality as well as the effectiveness of our model are illustrated by a given example.

Key words: operations research; equilibrium model; bilevel programming; variational inequality; supply chain network

0 引言

供应链网络模型是一种较为常见的供应链管理决策模型，主要用于研究供应链成员的选择、布局，竞争和协调等问题。另外，还能方便的表示供应链中各种活动的先后次序。

近年来关于供应链网络均衡模型的研究是供应链网络模型中研究的热点问题之一[1,2]，其研究工具就是变分不等式和均衡理论。Nagurney[2]等人首次提出并建立了供应链网络的均衡模型。Dong[3]等人还研究了多层供应链网络在不确定情况下的多准则决策问题。Cheng[4]等人基于Wardrop均衡原理，建立了多产品的供需网络均衡模型，并证明了具有单准则和多准则的一个网络均衡模型和对应向量变分不等式是等价的。国内一些学者对他们的研究进行了发展，徐兵[5]等人考虑了产品的品牌和产地差异，研究了

收稿日期：2010-03-05

基金项目：国家自然科学基金项目（70471067，70871031），黑龙江省自然科学基金项目（A2007-01），黑龙江省海外学人合作项目（1152hq09）

作者简介：姚锋敏（1981-），男，陕西长安人，博士研究生，主要研究方向：优化理论、供应链管理、评价理论与方法等；滕春贤（1947-），男，山东莱州人，教授，博士生导师，主要研究方向：系统分析与优化、供应链管理、评价理论与方法等。

产品随机选择下的多商品流供应链网络均衡模型。滕春贤[6,7]等人研究了随机需求的多产品供应链网络均衡问题以及供应链网络均衡模型应对突发事件等问题。张铁柱[8]等人还研究了在实体和网上两种交易渠道下的双渠道供应链网络均衡模型。

以上研究大多是将供应链网络系统看成一个整体,针对同层成员的非合作博弈特征,利用变分不等式的方法来刻画系统的整体均衡状态,因此我们可以视其为"一层"的均衡问题。

供应链网络系统具有典型的层次性,关于供应链网络中上下层之间的竞争和合作问题也是供应链管理中研究的重要问题。从 Stackelberg 博弈思想引申出的多层规划建模方法(尤其是二层规划方法)也被应用到供应链网络的研究中,其优点在于可以很好的模拟实际供应链的层次性和递阶性。Choi[9]等人研究了价格竞争环境下的产品定位问题,构建了具有二层结构的 Stackelberg-Nash 均衡模型。Ryu[10]等人考虑了供应链中供需不确定,配送与库存成本不确定等因素,构建了一个上层为配送网络规划问题,下层为生产规划问题的二层规划模型。

在供应链网络系统中,上下层之间常常具有 Stackelberg 博弈关系,而同层成员之间也存在非合作的博弈关系。如何刻画供应链网络中同层成员的竞争关系,又能反映出供应链网络中处于上下层的成员间的博弈关系就显得尤为重要。本文在以上的研究基础之上,利用均衡理论和二层规划理论,对具有一个制造商和多个零售商的供应链网络系统进行了研究,分析了同层零售商之间的竞争行为以及制造商和零售商之间的 Stackelberg 博弈关系,构建了二层供应链网络的均衡模型,并在模型中引入了回收契约以协调整个供应链网络。最后,指出了模型的求解方法,给出了模型经济解释,并通过算例对模型进行了检验。

1　二层供应链网络均衡模型的构建

在本文的研究中,我们假设供应链网络中的决策者为制造商和零售商,且具有一个制造商和多个零售商,制造商处于占主导的地位(上层),零售商属于跟随着(下层),制造商生产同质单一产品。最后,顾客从零售商处购买的产品数量是随机的[11]。

1.1　零售商的最优性条件

考虑单个销售季,在销售季开始之前,零售商必须确定由制造商处的定购量。令 D_j 表示零售商 j 面临的需求量,它是一个随机变量,F_j 为随机需求的分布函数,f_j 为相应的密度函数。对每一个零售商 j,$j=1,2,L,n,F_j$,为可微的严格增函数且 $F_j(0)=0$,记 $\bar{F}_j(x)=1-F_j$,且将零售商 j 所面临的期望需求量记为 μ_j,即 $\mu_j=E(D_j)$。假定零售商 j 处的零售价格为 p_j,用 c_{1j}^r 表示零售商 j 同制造商交易时所发生的交易成本,包括采购成本,销售成本,展示成本等。

令 S_j 表示零售商的期望销售量,用 q_j 表示制造商运送给零售商 j 的产品量,则

$$S_j(q_j)=E[\min(q_j,D_j)]=q_j(1-F_j(q_j))+\int_0^{q_j}xf_j(x)\,\mathrm{d}x=q_j-\int_0^{q_j}F_j(x)\,\mathrm{d}x \tag{1}$$

令 I_j 表示在零售商 j 处供大于需时,没有售完的期望剩余库存,假定这些剩余的产品在销售季末将以单位价格 v_j 被处理掉,则

$$I_j(q_j)=E[(q_j-D_j)^+]=q_j-S_j(q_j) \tag{2}$$

令 L_j 表示在零售商 j 处供不应求时的缺货量,则

$$L_j(q_j)=E[(D_j-q_j)^+]=\mu_j-S_j(q_j) \tag{3}$$

如果发生缺货,则一些顾客会空手而归以至于零售商和整个行业遭受一定商誉损失[12]。用 g_j^r 表示零售商处的单位缺货对零售商 j 造成的商誉损失成本,用 g^s 表示制造商处的单位缺货对制造商造成的商誉损失成本。

由上述的定义,考虑零售商 j 的最优化问题,从理性经济人假设出发,零售商 j 以实现利润最大化为目标,其利润等于其收益减去相应的成本,若用 π_j 表示零售商 j 的利润,则零售商的 j 利润最大化优化模型为

$$\max_{q_j}\ \pi_j=p_jS_j(q_j)+v_jI_j(q_j)-g_j^rL_j(q_j)-c_{1j}^r(q_j)-w_{1j}q_j \qquad \mathrm{s.t.}\ \ q_j\geq 0 \tag{4}$$

将 $L_j(q_j)=S_j(q_j)-q_j$ 带入上式，简单处理后，得

$$\max_{q_j}\ \pi_j=v_jq_j-g_j^r\mu_j+(p_j-v_j+g_j^r)S_j(q_j)-c_{1j}^r(q_j)-w_{1j}q_j \qquad (5)$$
$$\text{s.t.}\ q_j\geq 0$$

其中制造商给零售商 j 的批发价格为记为 $w_{1j}, j=1,L,n$，并记 $w_1=(w_{11},w_{12},L,w_{1n})^T$。

由于所有零售商都属于非合作博弈，在 Nash 均衡概念下，每一个零售商将在他的竞争对手达到最优状态下做出自己的最优定购量。由假设条件，零售商的成本函数为连续可微的凸函数，则所有零售商达到均衡态就等价为如下变分不等式问题[13]，即求解 $q\in R_+^n$，满足

$$\sum_{j=1}^{n}\left((-p_j+v_j-g_j^r)\bar F_j(q_j)-v_j+\frac{\partial c_{1j}^r(q_j)}{\partial q_j}+w_{1j}\right)\times(q_j^0-q_j)\geq 0, \forall q^0\in R_+^n \qquad (6)$$

其中 $q\in R_+^n$ 为下层零售商的均衡流量(称为下层零售商的均衡解)，$q^0\in R_+^n$ 为任意非负流量，且 $q=(q_1,q_2,L,q_n)^T$，$q^0=(q_1^0,q_2^0,L,q_n^0)^T$。

1.2 制造商的最优化模型

令 c_{1j}^s 表示制造商和零售商 j 发生交易时，制造商承担的成本，包括生产成本、运输成本，装卸成本等，且 c_{1j}^s 关于交易量是一个连续递增的凸函数。

制造商同样以实现利润最大化为目标，其利润等于其收益减去相应的成本，若用 π_0 表示制造商的利润，则制造商的利润最大化优化模型为

$$\max_{w_{1j}}\ \pi_0=\sum_{j=1}^{n}w_{1j}q_j-\sum_{j=1}^{n}c_{1j}^s(q_j)-\sum_{j=1}^{n}g^sL_j(q_j) \qquad (7)$$
$$\text{s.t.}\ w_{1j}\geq 0$$

将 $L_j(q_j)=q_j-S_j(q_j)$ 带入上式，得到制造商的优化模型为

$$\max_{w_{1j}}\pi_0=\sum_{j=1}^{n}w_{1j}q_j-\sum_{j=1}^{n}c_{1j}^s(q_j)+\sum_{j=1}^{n}g^sS_j(q_j)-\sum_{j=1}^{n}g^s\mu_j \qquad (8)$$
$$\text{s.t.}\ w_{1j}\geq 0$$

1.3 供应链网络的最优化模型

对整个供应链网络系统而言，制造商处于供应链网络的上层占主导地位，制造商首先给出批发价格，处于供应链网络下层的零售商再根据上层制造商的批发价格，确定其最优的定购量，处于下层的各个零售商属于非合作博弈，继而到达均衡态。因此，供应链网络的优化模型可以用下述二层规划模型来表示:

上层为制造商的利润最大化问题，即

$$(\mathrm{U})\qquad \max_{w_{1j}}\ \pi_0=\sum_{j=1}^{n}w_{1j}q_j-\sum_{j=1}^{n}c_{1j}^s(q_j)+\sum_{j=1}^{n}g^sS_j(q_j)-\sum_{j=1}^{n}g^s\mu_j \qquad (9)$$
$$\text{s.t.}\ w_{1j}\geq 0$$

下层所有零售商达到均衡状态等价为如下变分不等式问题，即，对给定的 $w_1\in R_+^n$，求解 $q\in R_+^n$ 使得满足

$$(\mathrm{L})\qquad \sum_{j=1}^{n}\left((-p_j+v_j-g_j^r)\bar F_j(q_j)-v_j+\frac{\partial c_{1j}^r(q_j)}{\partial q_j}+w_{1j}\right)\times(q_j^0-q_j)\geq 0, \forall q^0\in R_+^n \qquad (10)$$

进而，供应链网络的二层优化模型可以表示为

$$(\mathrm{I})\qquad \begin{aligned}&\max_{(w_{1j},q_j)}\pi_0=\sum_{j=1}^{n}w_{1j}q_j-\sum_{j=1}^{n}c_{1j}^s(q_j)+\sum_{j=1}^{n}g^sS_j(q_j)-\sum_{j=1}^{n}g^s\mu_j\\ &\text{s.t.}\ w_{1j}\geq 0, q_j\geq 0\\ &\sum_{j=1}^{n}\left((-p_j+v_j-g_j^r)\bar F_j(q_j)-v_j+\frac{\partial c_{1j}^r(q_j)}{\partial q_j}+w_{1j}\right)\times(q_j^0-q_j)\geq 0\\ &\forall q^0\in R_+^n\end{aligned} \qquad (11)$$

上述模型(I)是具有变分不等式约束的二层规划问题，即均衡约束的数学规划问题[14](简称为 MPEC 问题)。MPEC 问题是数学规划中的一个热点和难点问题，该类问题研究起来比较困难就是因为均衡约束

数学规划形式上是二层规划，而下层问题是由变分不等式或互补约束形式所刻画的均衡问题，变分不等式或互补约束通常被认为是难以处理的。然而变分不等式可以很好地刻画和描述工程和经济中的很多均衡问题，因而具有重要的理论及应用价值。

模型(I)的经济解释可以理解为：当上层的制造商给出批发价格以后，下层的零售商以上层制造商的批发价格为参数，进行非合作博弈(竞争)，继而达到均衡状态，下层的零售商再把均衡解(定购量)反馈给上层的制造商，制造商最后选择自己的最优决策方案。

2　具有回收契约的二层供应链网络均衡模型的构建

二层供应链网络均衡模型的均衡解一般不是 Pareto 最优的，对于整个供应链网络而言不是系统的最优决策方案(仅考虑到制造商时，也不是制造商的最优方案)，只是供需双方的满意决策方案。另外，当制造商给出批发价格后，下层的零售商属于非合作博弈，博弈的结果可能导致有多个 Nash 均衡解，因为在不同的批发价格下，下层的零售商均可以达到某种均衡状态。为了对系统的整体优化方案进行改进，我们考虑当下层决策者到达均衡状态时，上下层之间的利润分配问题，为此我们引入回收契约。

本文的回收契约是指，对每单位未售出去的产品，制造商付给零售商一定的滞销补贴，然后委托零售商对剩余产品进行处理，这样回收契约能够促使零售商多定购产品，从而使双方的利润得到改进[12]。假设制造商付给零售商 j 的滞销补贴为 b_{1j}，$j=1,L,n.$，这里 b_{1j} 是一组常数，是制造商和各个零售商讨价还价的结果。通过调整 b_{1j} 的大小，可以调整制造商和零售商的利润分配。

由前面的讨论，当供大于需时，零售商 j 的剩余库存为 $I_j(q_j)$，假设制造商承担的部分为 $b_{1j}I_j(q_j)$，这样制造商向零售商 j 的转移支付为 $T_{1j}=b_{1j}I_j(q_j)$，$j=1,L,n$。进而，制造商的利润最大化模型和零售商的优化条件分别变为

$$\begin{aligned}&\max_{w_{1j}}\ \pi_0=\sum_{j=1}^{n}w_{1j}q_j-\sum_{j=1}^{n}c_{1j}^{s}(q_j)+g^{s}\sum_{j=1}^{n}S_j(q_j)-g^{s}\sum_{j=1}^{n}\mu_j-\sum_{j=1}^{n}b_{1j}I_j(q_j)\\&\text{s.t.}\ \ w_{1j}\geq 0\end{aligned}\tag{12}$$

对给定的 $w_1\in R_+^n$，求解 $q\in R_+^n$ 使得满足

$$\begin{gathered}\sum_{j=1}^{n}\left(\left(-p_j+v_j-g_j^{r}\right)\bar{F}_j(q_j)-v_j+\frac{\partial c_{1j}^{r}(q_j)}{\partial q_j}+w_{1j}-b_{1j}\frac{\partial I_j(q_j)}{\partial q_j}\right)\times(q_j^0-q_j)\geq 0\\\forall q^0\in R_+^n\end{gathered}\tag{13}$$

因而，具有回收契约的二层供应链网络优化问题可以由下述 MPEC 模型来表示

$$\begin{aligned}&\max_{(w_{1j},q_j)}\ \pi_0=\sum_{j=1}^{n}w_{1j}q_j-\sum_{j=1}^{n}c_{1j}^{s}(q_j)+\sum_{j=1}^{n}g^{s}S_j(q_j)-\sum_{j=1}^{n}g^{s}\mu_j-\sum_{j=1}^{n}b_{1j}I_j(q_j)\\&\text{s.t.}\ \ w_{1j}\geq 0,q_j\geq 0\end{aligned}\tag{14}$$

$$\text{(II)}\qquad\begin{gathered}\sum_{j=1}^{n}\left(\left(-p_j+v_j-g_j^{r}\right)\bar{F}_j(q_j)-v_j+\frac{\partial c_{1j}^{r}(q_j)}{\partial q_j}+w_{1j}-b_{1j}\frac{\partial I_j(q_j)}{\partial q_j}\right)\times(q_j^0-q_j)\geq 0\\\forall q^0\in R_+^n\end{gathered}$$

在该模型中，可以通过调整 b_{1j}，来调整批发价格，进而改变下层的均衡状态，最终达到新的均衡状态。

模型(II)表示：当制造商给出新的批发价格后，下层的零售商在新的批发价格下进行非合作博弈，最后达到新的均衡状态，最后，零售商再将均衡解(定购量)反馈给上层的制造商，制造商最后选择自己的最优决策方案。而契约的引入可以协调供应链，使得制造商和零售商的利润均得到改善。

3　算法及算例分析

本文构建的二层供应链网络均衡模型实际上是 MPEC 问题，通常用于求解 MPEC 问题的主要方法有罚函数法[14]，启发式算法[15]，以及光滑函数法[16]等。这里我们采用基于惩罚技术的算法。

在本文的模型中，下层变分不等式约束实际上可以等价的转化为一个非线性互补问题。具体地，这里

我们采用罚函数法，将下层的等价非线线性互补问题以罚函数的形式进行处理，最后将一个 MPEC 问题转化为单层的非线性规划问题。

为了方便讨论，我们不考虑量纲。构造具有一个制造商和两个零售商的简单供应链网络系统，即 $j=1,2$。零售商所面临的需求服从 [0,10] 之间的均匀分布，其需求的密度函数和需求分布函数分别为

$$f_i(x)=\begin{cases}10, & 0\le x\le 10\\ 0, & \text{其它}\end{cases},\quad F_j(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{10}, & 0\le x\le 10\\ 1, & 10\le x\end{cases}$$

假设零售商的零售价格分别为 $p_1=p_2=100$，处理剩余存货的价格为 $v_1=v_2=20$，制造商和零售商的商誉成本为 $g_1^r=g_2^r=g^s=10$。制造商给两个零售商的批发价格分别为 w_{11}, w_{12}。

假设发生在制造商上的成本函数为

$$c_{11}^s(q_1)=q_1^2+10q_1-20, c_{12}^s(q_2)=q_2^2+10q_2-20$$

发生在零售商上的成本函数为

$$c_{11}^r(q_1)=q_1^2+4q_1-4, c_{12}^r(q_2)=q_2^2+4q_2-4$$

将数据分别带入模型(Ⅰ)和模型(Ⅱ)，在模型(Ⅱ)的计算中，我们不妨假设 $b_{11}=b_{12}=10$，即制造商给两个零售商的滞销补贴均为 10。用 Lingo 8.0 软件包进行求解，计算结果如下(保留小数点后三位)。

表 1 二层均衡模型和具有回收契约的二层均衡模型的均衡解

(Ⅰ)	零售商 1	零售商 2	(Ⅱ)	零售商 1	零售商 2
批发价格	61.163	61.163	批发价格	63.608	63.608
定购量	4.076	4.076	定购量	4.239	4.239
利润	364.723	364.723	利润	380.679	380.679
制造商利润: 472.154			制造商利润: 489.440		

当然不同的滞销补贴在模型(Ⅱ)中对应有不同的均衡解，以及制造商和零售商的利润。这里只是为了简单说明，我们只考虑了滞销补贴为 $b_{11}=b_{12}=10$ 的情况。

由计算结果可以看出，当在二层供应链网络均衡模型中引入回收契约以后，制造商给零售商的批发价格以及零售商的定购量均得到了增加，而制造商和零售商的利润也均得到了改善。下层的零售商分别在两种不同的批发价格下达到均衡，进而下层的零售商再将均衡解(定购量)反馈给上层的制造商，制造商最后做出自己的最优决策，回收契约使得二层供应链网络均衡模型中制造商和零售商的利润均得到了改善。

4 结论

在供应链网络系统中，上下层之间常常具有 Stackelberg 博弈关系，处于上层的决策者通常处于主导地位，而处于下层的决策者在上层给出决策参数以后，分别选择自己的最佳决策方案，下层的决策者又是追求个体利益最大化的独立经济主体，他们处于非合作博弈状态，最终达到某种均衡态。这样在供应链网络系统中，就同时具有了上下层之间的 Stackelberg 博弈关系和下层成员之间的非合作博弈关系，此类问题的研究由形式上恰好可以借助具有均衡数学规划的理论进行建模和求解。

本文针对供应链网络系统中存在的以上特点，构建了二层供应链网络均衡模型，并在模型中引入了回收契约以协调供应链网络。二层供应链网络均衡模型能很好的模拟实际供应链系统中成员之间的 Stackelberg 博弈特征以及非合作博弈特征，因此，本文的研究对分析供应链成员间的竞争和合作等问题具重要的理论和实际意义。进一步研究还可以考虑其它的协调契约，以及考虑多准则和多种产品差异化下的决策模型等问题。

参考文献:

[1] Nagurney A. Network economics: a variational approach, second and revised edition [M]. Kluwer Academic publisher, Dordrecht, The Netherlands, 1999.

[2] Nagurney A, Dong J, Zhang D. A supply chain network equilibrium model [J]. Transportation Research: Part E, 2002, 38 (5): 281-303.

[3] Dong J, Zhang D, Yan H, Nagurney A. Multi-tired supply chain networks: multi-criteria decision making under uncertainty [J]. Annals of Operations Research, 2005, 135: 155-178.

[4] Cheng T C E, Wu Y N. A multiproduct, multicriterion supply chain-demand network equilibrium model [J]. Operations Research, 2006, 54(3): 544-554.

[5] 徐兵,朱道立. 产品随机选择下多商品流供应链网络均衡模型研究 [J]. 系统工程理论与实践,2007,3: 82-90.

[6] 滕春贤,姚锋敏,胡宪武. 具有随机需求的多商品流供应链网络均衡模型的研究 [J]. 系统工程理论与实践,2007,10: 77-83.

[7] 滕春贤,胡引霞,周艳山. 供应链网络均衡模型应对突发事件 [J]. 系统工程理论与实践,2009,3: 16-20.

[8] 张铁柱,周倩. 双渠道多期供应链网络均衡模型研究 [J]. 计算机集成制造系统,2008,8: 1512-1520.

[9] Choi C S, Desarbo W S, Harker P T. Product positioning under price competition [J]. Management Science, 1990, 36(2): 175-199.

[10] Ryu J H, Dua V, Pistikopoulos E N. A bilevel programming framework for enterprise-wide process networks under uncertainty [J]. Computers and Chemical Engineering, 2004, 28(6-7): 1121-1129.

[11] Chen X, Simchil D. Coordinating inventory control and pricing strategies with random demand and fixed ordering cost the infinite horizon case [J]. Mathematics of Operations Research, 2004, 29(3): 698-723.

[12] Cachon G. Supply chain coordination with contracts [M]. Handbooks in operations research and management science: supply chain management. Dordrecht Kluwer Academic Publishers, 2003.

[13] Harker P T, Pang J S. Finite-dimensional variational inequality and nonlinear complementarity problems: a survey of theory, algorithms and applications [J]. Mathematical Programming, 1990, 48: 161-220.

[14] Luo Z Q, Pang J S, Ralph D. Mathematical programs with equilibrium constraints [M]. Cambridge University Press, 1996.

[15] Friesz T F, Cho H J, Mehta N J. A simulated annealing approach to the network design problem with variational inequality constraints [J]. Transportation Science, 1992, 26: 18-26.

[16] Francisco F, Jiang HY, Qi L Q. A smoothing method for mathematical programs with equilibrium constraints [J]. Mathematical Programming, 1999, 85: 107-134.